

Algorithmique et programmation Python

Contrôle de maths - Terminale

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Lecture d'un programme à seuil / 4 pts

Durée de l'épreuve : 55 minutes, calculatrice autorisée, aucun ordinateur : les programmes se lisent « à la main ».

On considère le programme suivant.

```
u = 3
n = 0
while u < 100:
    u = 2 * u + 1
    n = n + 1
print(n, u)
```

- Recopie et complète le tableau des valeurs de **n** et **u** à la fin de chaque passage dans la boucle (on part de $n = 0$ et $u = 3$). (1,5 pt)
- Quelle est la sortie du programme ? (1 pt)
- On définit la suite (u_n) par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$. Montre que $u_n = 2^{n+2} - 1$ pour tout n , puis interprète la sortie. (1,5 pt)

2 Fonctions et listes / 4 pts

Soit la liste $L = [12, 7, 15, 9, 14]$ (notes d'un groupe).

- Écris une fonction **moyenne(L)** qui renvoie la moyenne des éléments d'une liste non vide. Que renvoie-t-elle pour la liste L ? (1,5 pt)
- Écris une fonction **nb_sup(L, s)** qui renvoie le nombre d'éléments de L strictement supérieurs à s . Que renvoie **nb_sup(L, 10)** ? (1,5 pt)
- Écris en une ligne l'instruction qui construit la liste des éléments *pairs* de L , chacun doublé (on rappelle que $v \% 2 == 0$ teste la parité). Quelle liste obtient-on ? (1 pt)

3 Dichotomie / 4 pts

Soit $f(x) = x^3 + x - 3$ définie sur $[1 ; 2]$.

- a. Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[1 ; 2]$. (1 pt)
- b. Applique trois étapes de la méthode de dichotomie en présentant un tableau (a, b, m, signe de $f(m)$) et donne un encadrement de α . (2 pts)
- c. Combien d'étapes faut-il pour obtenir un encadrement d'amplitude strictement inférieure à 10^{-3} ? Justifie. (1 pt)

4 Méthode des rectangles / 4 pts

On souhaite encadrer $I = \int x^2 dx$ entre 0 et 2 par la méthode des rectangles avec $n = 4$ subdivisions de même largeur. La fonction carré est croissante sur $[0 ; 2]$.

- a. Donne la largeur h des rectangles et les abscisses des points de la subdivision. (0,5 pt)
- b. Calcule la somme S_{inf} des aires des rectangles situés sous la courbe et la somme S_{sup} des aires des rectangles situés au-dessus. (2 pts)
- c. Écris l'encadrement de I obtenu. Sachant que $I = 8/3$, vérifie-le. (0,5 pt)
- d. Exprime l'écart $S_{\text{sup}} - S_{\text{inf}}$ en fonction de n puis donne le plus petit entier n garantissant un écart strictement inférieur à 0,01. (1 pt)

5 Dénombrement et simulation / 4 pts

On lance deux dés équilibrés à six faces et on s'intéresse à l'événement S : « la somme des deux faces vaut 9 ».

- a. Dénombre les couples $(a ; b)$ réalisant S et calcule $P(S)$. (1,5 pt)

On exécute le programme ci-dessous.

```
import random
random.seed(99)
N = 3000
neuf = 0
for i in range(N):
    if random.randint(1, 6) + random.randint(1, 6) == 9:
        neuf = neuf + 1
print(neuf / N)
```

- b. Que calcule-t-il ? La valeur affichée peut-elle être exactement égale à $P(S)$? Justifie. (1 pt)
- c. On lance 50 fois les deux dés. X est le nombre de réalisations de S . Quelle est la loi de X , son espérance ? Calcule $P(X \geq 1)$ à 10^{-3} près. (1,5 pt)