

Algorithmique et programmation Python

Exercices de maths - 1ère

23 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Que fait ce programme ? ★★★

Qu'affiche le programme suivant ? Justifie chaque valeur.

```
a = 12
b = 5
print(a // b, a % b, a / b, a ** 2 - b)
```

2 Vrai ou faux ? ★★★

Dis si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

- range(4)** contient le nombre 4.
- Dans **if x = 3:**, on teste si x vaut 3.
- Une fonction qui exécute **return** continue ensuite à lire les lignes suivantes.
- Si $L = [6, 1, 8]$, alors $L[3]$ vaut 8.
- La condition **0.1 + 0.2 == 0.3** est vraie en Python.

3 Écrire une fonction ★★★

Écris en Python une fonction **f** qui calcule $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$. Calcule à la main $f(4)$ et $f(-1)$, puis donne ce que doit afficher **print(f(4), f(-1))**.

4 Parité ★★★

Écris une fonction **est_pair(n)** qui renvoie **True** si l'entier n est pair et **False** sinon. Que renvoie-t-elle pour 14 et pour 7 ?

5 Tableau de suivi ★★★

Complète un tableau de suivi des variables k et s pour le programme suivant, puis donne la valeur affichée.

```
s = 0
for k in range(1, 6):
    s = s + k * k
print(s)
```

6 Manipuler une liste ★★★

Qu'affiche chacune des instructions **print** du programme suivant ?

```
L = [8, 3, 12, 5]
print(L[2], L[-1], len(L))
L.append(20)
L[1] = 0
print(L)
print(len(L))
```

7 Tarif de cinéma ★★★

Un cinéma applique le tarif suivant : 5 € pour les moins de 12 ans, 7 € de 12 à 25 ans inclus, 9 € au-delà. Écris la fonction **tarif(age)** qui renvoie le prix, puis donne les prix pour 10 ans, 12 ans et 30 ans.

8 Suivi d'une boucle while ★★★

Fais le suivi de x et n pour ce programme, puis donne l'affichage final et explique ce que représente n.

```
x = 100
n = 0
while x > 10:
    x = x / 2
    n = n + 1
print(x, n)
```

9 Moyenne d'une liste ★★★

Écris une fonction **moyenne(L)** qui renvoie la moyenne des éléments d'une liste de nombres. Teste-la sur les notes [12, 15, 9, 18] et vérifie à la main.

10 Indice du maximum ★★★

Écris une fonction **indice_max(L)** qui renvoie l'*indice* (et non la valeur) du plus grand élément d'une liste. Si le maximum apparaît plusieurs fois, elle renvoie le premier indice. Teste sur [4, 17, 9, 17, 2].

11 Compter les notes ★★★

Écris une fonction **compte_reussites(notes)** qui renvoie le nombre de notes supérieures ou égales à 10. Que renvoie-t-elle pour [8, 12, 10, 15, 6, 9, 11] ?

12 Une suite récurrente ★★★

On définit la suite (u_n) par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n + 3$.

- Calcule à la main u_1 , u_2 , u_3 .
- Écris une fonction **terme(n)** qui renvoie u_n .
- On admet que $u_n = 4 \times 2^n - 3$. Vérifie cette formule pour $n = 5$.

13 Placement à 2 % ★★★

On place 2500 € à 2 % d'intérêts par an (le capital est multiplié par 1,02 chaque année). Écris un programme qui détermine au bout de combien d'années le capital dépasse 3000 €. Vérifie le résultat avec un calcul.

14 Un village qui se dépeuple ★★★

Un village compte 12000 habitants. Sa population baisse de 5 % chaque année. Écris un programme qui donne le nombre d'années au bout duquel il passe sous 8000 habitants, puis vérifie le résultat avec un calcul.

15 Fréquence du 6 ★★★

Écris une fonction **frequence_six(N)** qui simule N lancers d'un dé équilibré et renvoie la fréquence d'apparition du 6. Compare le résultat à la probabilité théorique.

16 Dichotomie à la main ★★★

Soit $f(x) = x^2 - 5$. On cherche une valeur approchée de $\sqrt{5}$.

- Vérifie que $f(2) < 0$ et $f(3) > 0$.

- b. Applique trois étapes de dichotomie à partir de $[2 ; 3]$, en donnant à chaque fois le milieu, le signe de $f(\text{milieu})$ et le nouvel intervalle.
- c. Quelle est l'amplitude de l'intervalle obtenu ? Donne un encadrement de $\sqrt{5}$.

17 Compléter un programme ★★★

On veut résoudre $x^3 + x - 1 = 0$ sur $[0 ; 1]$ avec une précision de 0,001.

- a. Montre que $h(x) = x^3 + x - 1$ change de signe sur $[0 ; 1]$.
- b. Complète les pointillés pour que la fonction renvoie l'intervalle final et le nombre d'étapes :

```
def dichotomie(f, a, b, e):  
    n = 0  
    while ..... :  
        m = (a + b) / 2  
        if f(a) * f(m) <= 0:  
            b = .....  
        else:  
            a = .....  
        n = n + 1  
    return a, b, n
```

- c. Exécute-la et interprète le résultat.

18 Combien d'étapes ? ★★★

On applique la dichotomie à une fonction sur un intervalle d'amplitude 1.

- a. Quelle est l'amplitude après n étapes ?
- b. Combien d'étapes faut-il pour obtenir une précision de 10^{-6} ?
- c. Et si l'intervalle de départ a une amplitude de 8 ?

19 Tri par sélection à la main ★★★

Applique le tri par sélection à la liste $[7, 3, 9, 1, 5]$: donne la liste obtenue après chaque tour de la boucle extérieure.

20 Coût du tri par sélection ★★★

Le programme ci-dessous compte les comparaisons faites par le tri par sélection.

```
def comparaisons_selection(L):
    L = L[:]
    n = len(L)
    compte = 0
    for i in range(n - 1):
        imin = i
        for j in range(i + 1, n):
            compte = compte + 1
            if L[j] < L[imin]:
                imin = j
        L[i], L[imin] = L[imin], L[i]
    return compte

print(comparaisons_selection([7, 3, 9, 1, 5]))
print(comparaisons_selection(list(range(10, 0, -1))))
print(comparaisons_selection(list(range(100))))
```

- Qu'affiche-t-il ?
- Montre que pour une liste de n éléments, le nombre de comparaisons vaut $n(n - 1)/2$, quel que soit l'ordre initial.

21 Suite de Syracuse ★★★

Partant d'un entier $n > 0$, on applique : si n est pair on le divise par 2, sinon on le remplace par $3n + 1$. On répète jusqu'à obtenir 1 (on conjecture que cela arrive toujours). Le « temps de vol » est le nombre d'étapes.

- Écris la suite obtenue à partir de 7 et compte les étapes.
- Écris une fonction **vol(n)** qui renvoie le temps de vol et utilise-la pour trouver le plus long temps de vol pour n entre 1 et 30.

22 Estimer π par simulation ★★★

On choisit au hasard un point $(x ; y)$ dans le carré $[0 ; 1] \times [0 ; 1]$. La probabilité qu'il soit dans le quart de disque de rayon 1 (c'est-à-dire $x^2 + y^2 \leq 1$) est égale à l'aire de ce quart de disque.

- Calcule cette aire en fonction de π .
- Écris une fonction **estime_pi(N)** qui simule N points et renvoie une estimation de π .
- Pourquoi le résultat n'est-il pas toujours le même ?

23 Deuxième plus grand ★★★

Sans trier la liste, écris une fonction **deuxieme_max(L)** qui renvoie le deuxième plus grand élément d'une liste d'au moins deux éléments (avec un seul parcours). Teste-la sur [4, 17, 9, 12, 2] et sur [17, 4, 9, 12, 2].