

Angles

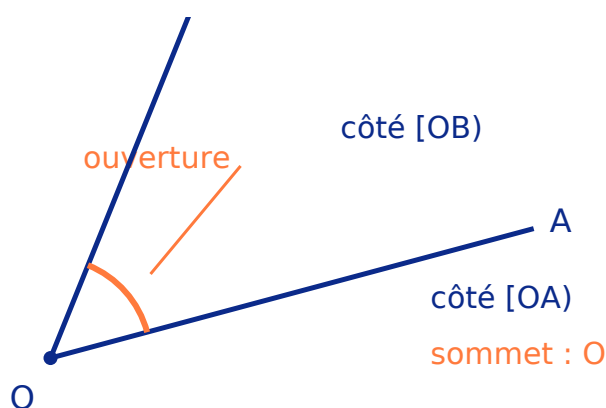
Cours de maths - 5ème

Ouvre un livre à moitié, regarde les aiguilles d'une horloge, une porte qui s'entrouvre : partout, il y a des **angles**. Dans ce chapitre, tu apprends à les nommer, à les mesurer avec le rapporteur, à les construire, puis à les comparer : angles **adjacents**, **complémentaires**, **supplémentaires**, **opposés par le sommet**, **bissectrice**, et enfin angles formés par des **droites parallèles** coupées par une sécante.

1. Rappels : vocabulaire et notation

Angle

Un **angle** est formé par deux demi-droites qui ont la même origine. Cette origine commune s'appelle le **sommet** de l'angle ; les deux demi-droites sont les **côtés** de l'angle.



Nommer un angle

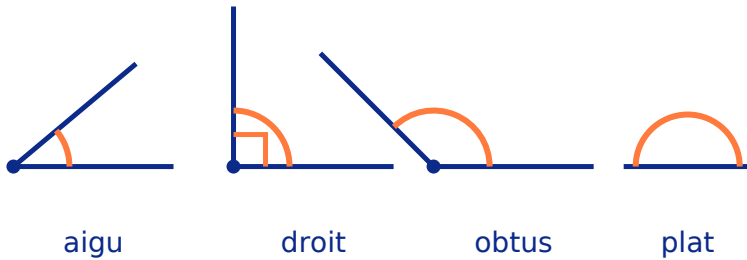
On utilise trois lettres : un point sur un côté, **le sommet au milieu**, un point sur l'autre côté. L'angle de la figure se note $\angle AOB$ (ou $\angle BOA$). On lit « angle AOB ». Quand il n'y a aucun risque de confusion, on peut aussi dire « l'angle O ».

Piège

La lettre du sommet se place **toujours au milieu** : $\angle AOB$ est l'angle de sommet O, alors que $\angle OAB$ serait l'angle de sommet A. Ne confonds pas la **longueur** des côtés (qui n'a aucune importance) avec l'**ouverture** de l'angle : un angle ne devient pas plus grand parce qu'on dessine ses côtés plus longs.

L'ouverture d'un angle se mesure en **degrés** (symbole $^{\circ}$). On écrit par exemple $\angle AOB = 40^{\circ}$.

2. Les différents types d'angles



Nom	Mesure	Comment le reconnaître ?
Angle nul	0°	les deux côtés sont superposés
Angle aigu	entre 0° et 90°	plus « fermé » qu'un angle droit
Angle droit	90°	coin d'une feuille, d'une équerre
Angle obtus	entre 90° et 180°	plus « ouvert » qu'un angle droit
Angle plat	180°	les côtés forment une droite
Angle plein	360°	un tour complet

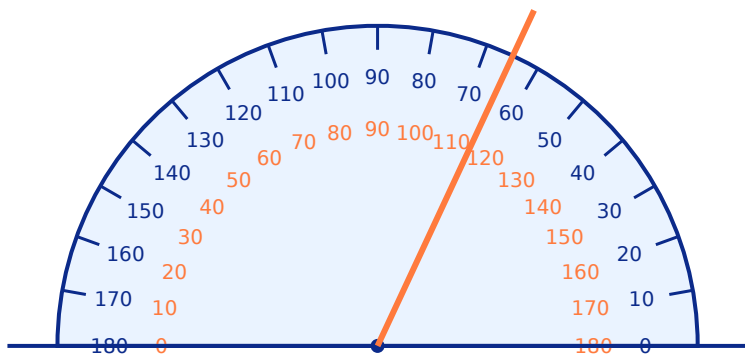
Pour estimer à l'œil

Avant de mesurer, compare avec l'angle droit de ton équerre : si l'angle est plus petit, il est aigu ; s'il est plus grand, il est obtus. Cette estimation te permet de repérer une erreur de lecture sur le rapporteur.

3. Mesurer un angle avec le rapporteur

Méthode : mesurer $\angle AOB$

1. Place le **centre** du rapporteur (le petit repère au milieu du bord plat) exactement sur le sommet O.
2. Tourne le rapporteur pour que son bord plat soit le long d'un des côtés, par exemple [OA).
3. Repère la graduation qui part de **0°** sur ce côté : c'est la bonne échelle (intérieure ou extérieure).
4. Lis, sur cette échelle, la graduation que traverse l'autre côté [OB). Si le côté est trop court, prolonge-le avec la règle.



Sur la figure, un côté de l'angle est posé sur la graduation 0 de l'échelle du dessus (en bleu) ; le deuxième côté orange coupe cette échelle à 65°. L'échelle du dessous (en orange) commence à 0° de l'autre côté : elle donne 115°, ce qui est la mesure de l'angle *depuis l'autre bord*. Le bon réflexe : **on choisit l'échelle qui commence par 0 sur le côté posé**.

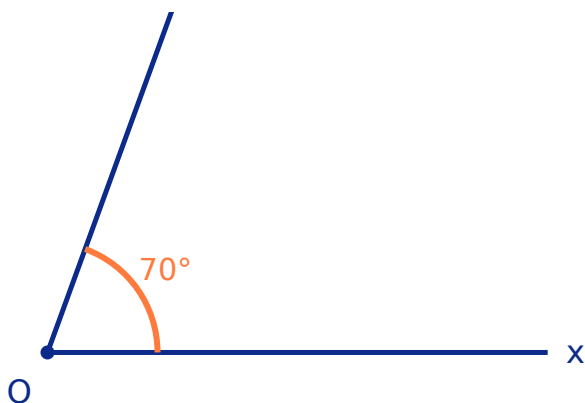
Piège classique

Lire sur la mauvaise échelle donne le **supplémentaire** de la bonne mesure (65° au lieu de 115°, par exemple). Vérifie toujours avec ton estimation : un angle visiblement aigu ne peut pas mesurer 115°.

4. Construire un angle de mesure donnée

Méthode : construire $\angle xOy = 70^\circ$

1. Trace avec la règle une demi-droite $[Ox)$: c'est le premier côté.
2. Place le centre du rapporteur en O et son bord plat sur $[Ox)$.
3. Sur l'échelle qui commence à 0° sur $[Ox)$, repère la graduation 70° et fais un petit trait avec le crayon.
4. Retire le rapporteur, puis trace avec la règle la demi-droite $[Oy)$ qui part de O et passe par ce trait.
5. Code ta figure : marque l'angle avec un petit arc et écris 70°.



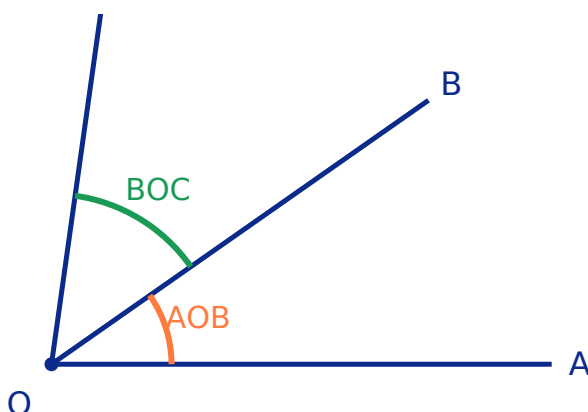
Mathbot dit

« Un trait de crayon bien taillé, c'est déjà 2° de précision en plus ! Après avoir tracé, mesure ton angle pour vérifier. On accepte une erreur de 1° ou 2° . »

5. Angles adjacents

Angles adjacents

Deux angles sont **adjacents** quand ils ont **le même sommet, un côté commun** et qu'ils sont **de part et d'autre** de ce côté commun (ils ne se chevauchent pas).



Sur la figure, $\angle AOB$ et $\angle BOC$ sont adjacents : même sommet O, côté commun [OB), et l'un est « avant », l'autre « après » ce côté.

Somme d'angles adjacents

Si deux angles sont adjacents, l'angle formé par leurs deux autres côtés a pour mesure **la somme** des mesures : $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$.

Exemple

Si $\angle AOB = 28^\circ$ et $\angle BOC = 41^\circ$, alors $\angle AOC = 28^\circ + 41^\circ = 69^\circ$.

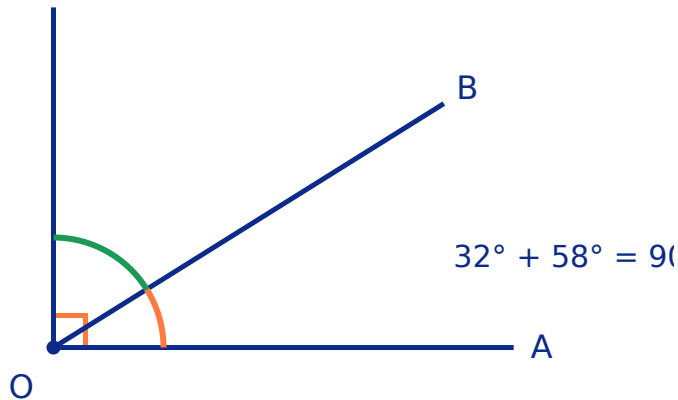
Contre-exemple

$\angle AOB$ et $\angle AOC$ **ne sont pas adjacents** : le côté [OB) est à l'intérieur de $\angle AOC$, donc les deux angles se chevauchent. Deux angles qui ont le même sommet mais pas de côté commun ne sont pas adjacents non plus.

6. Angles complémentaires et supplémentaires

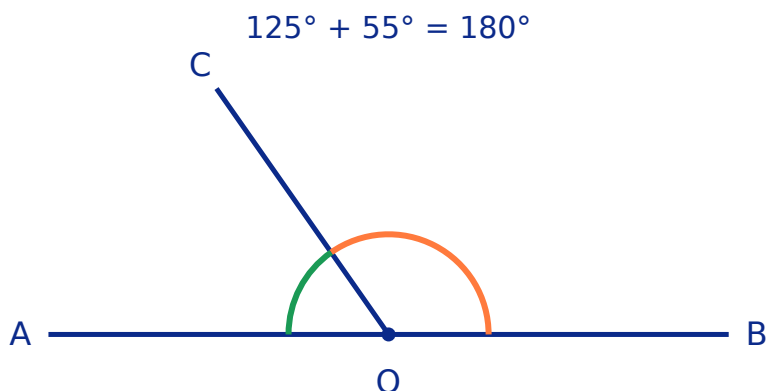
Angles complémentaires

Deux angles sont **complémentaires** quand la somme de leurs mesures vaut **90°**.



Angles supplémentaires

Deux angles sont **supplémentaires** quand la somme de leurs mesures vaut **180°**.



Trouver le complémentaire ou le supplémentaire

Complémentaire d'un angle de 57° : $90^\circ - 57^\circ = 33^\circ$.

Supplémentaire d'un angle de 57° : $180^\circ - 57^\circ = 123^\circ$.

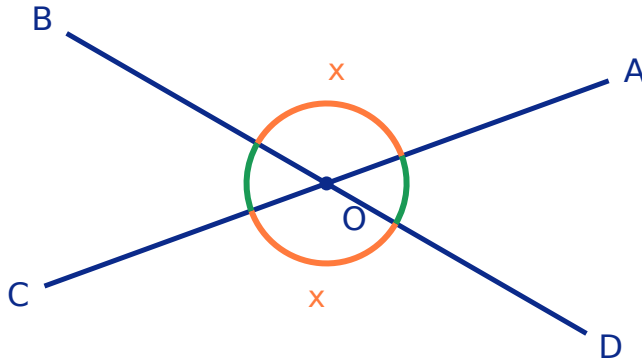
À savoir

Deux angles complémentaires ou supplémentaires **n'ont pas besoin d'être adjacents** : ils peuvent être dessinés n'importe où. Un angle obtus n'a pas de complémentaire (il dépasse déjà 90°) ; un angle droit est son propre supplémentaire.

7. Angles opposés par le sommet

Angles opposés par le sommet

Deux droites sécantes en O forment quatre angles. Deux angles sont **opposés par le sommet** quand ils ont le même sommet O et que les côtés de l'un sont dans le **prolongement** des côtés de l'autre.



Propriété

Deux angles opposés par le sommet ont **la même mesure**. Sur la figure, $\angle AOB = \angle COD$ et $\angle BOC = \angle DOA$.

Justification

Posons $\angle AOB = x$. L'angle $\angle BOC$ complète x pour faire un angle plat (A, O, C sont alignés) : $\angle BOC = 180^\circ - x$. De même, $\angle COD$ complète $\angle BOC$ sur la droite (BD) : $\angle COD = 180^\circ - (180^\circ - x) = x$. On retrouve bien $\angle COD = \angle AOB$.

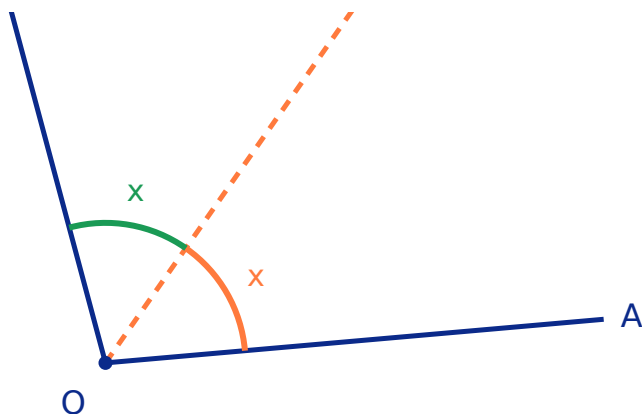
Piège

Les deux angles verts de la figure ne sont pas opposés aux angles orange : ils sont **supplémentaires** de ceux-ci (leur somme avec un angle orange vaut 180°). Deux angles **voisins** autour de O ne sont jamais égaux, sauf si les droites sont perpendiculaires.

8. Bissectrice d'un angle

Bissectrice

La **bissectrice** d'un angle est la demi-droite qui part du sommet et **partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure**.



Sur la figure, $[Ot)$ est la bissectrice de $\angle AOB$: $\angle AOt = \angle tOB$. Chaque morceau vaut **la moitié** de l'angle total : si $\angle AOB = 100^\circ$, alors $\angle AOt = 100^\circ \div 2 = 50^\circ$.

Construire une bissectrice au rapporteur

1. Mesure $\angle AOB$ (par exemple 84°).
2. Calcule la moitié : $84^\circ \div 2 = 42^\circ$.
3. Construis, à partir de $[OA)$, un angle de 42° : le côté obtenu est la bissectrice.

Construire une bissectrice au compas

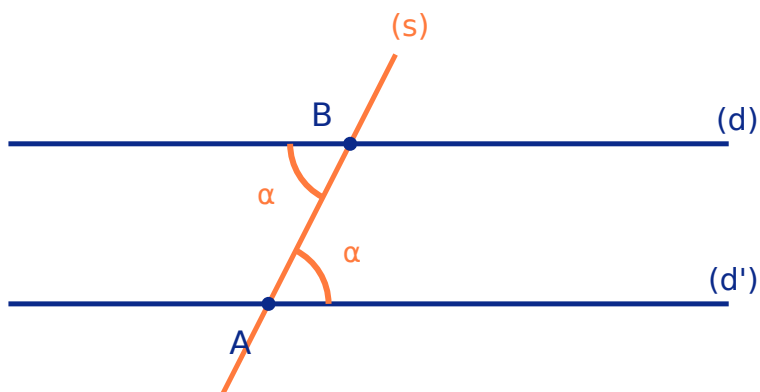
1. Avec le compas pointé en O, trace un arc qui coupe $[OA)$ en M et $[OB)$ en N.
2. Garde un même écartement, assez grand, pointe en M puis en N : les deux arcs se coupent en P à l'intérieur de l'angle.
3. Trace $[OP)$: c'est la bissectrice, car les triangles OMP et ONP ont leurs trois côtés égaux deux à deux ($OM = ON$, $MP = NP$, OP commun), donc les angles $\angle MOP$ et $\angle NOP$ sont égaux.

9. Angles et droites parallèles

Quand une droite (s), appelée **sécante**, coupe deux droites (d) et (d'), elle forme huit angles. Deux familles de paires d'angles sont à connaître.

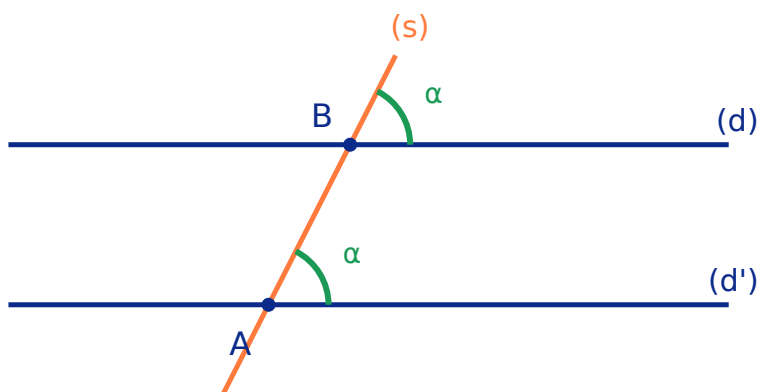
Angles alternes-internes

Deux angles sont **alternes-internes** quand ils sont **entre** les deux droites, de **part et d'autre** de la sécante et qu'ils n'ont pas le même sommet.



Angles correspondants

Deux angles sont **correspondants** quand ils n'ont pas le même sommet, sont du **même côté** de la sécante et que **l'un seul** est entre les deux droites : ils sont « au même endroit » à chaque croisement.



Propriété directe

Si deux droites sont **parallèles**, alors deux angles alternes-internes ont la même mesure et deux angles correspondants ont la même mesure.

Propriété réciproque

Si deux angles alternes-internes (ou deux angles correspondants) ont **la même mesure**, alors les deux droites sont **parallèles**.

Rédiger

« Les droites (d) et (d') sont parallèles et coupées par la sécante (s). Les angles marqués en A et en B sont alternes-internes. Or **si deux droites sont parallèles, alors elles forment des angles alternes-internes de même mesure**. Donc l'angle en A mesure lui aussi 63° . »

Piège

Si les angles **ne sont pas égaux**, on ne conclut pas à un parallélisme ; on peut même affirmer que les droites **ne sont pas parallèles** (des droites parallèles donneraient des angles égaux). Pense aussi aux angles supplémentaires : quand les droites sont parallèles et qu'un angle mesure 63° , les autres angles de la figure mesurent 63° ou 117° .

À retenir

- Un angle se nomme avec trois lettres, le **sommet au milieu** : $\angle AOB$. Il se mesure en degrés avec un rapporteur (lire l'échelle qui part de 0°).
- Aigu (0° à 90°), droit (90°), obtus (90° à 180°), plat (180°), plein (360°).
- Angles **adjacents** : même sommet, un côté commun, de part et d'autre ; leurs mesures s'additionnent.
- **Complémentaires** : somme 90° . **Supplémentaires** : somme 180° .
- Deux angles **opposés par le sommet** ont la même mesure.
- La **bissectrice** partage un angle en deux angles de même mesure (la moitié chacun).
- Droites parallèles $\Leftrightarrow$ angles alternes-internes égaux $\Leftrightarrow$ angles correspondants égaux.