

Arithmétique

Corrigé des exercices - 3ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Multiples de 7 ★★★

1. $7 \times 1 = 7$, puis 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56. Le suivant, 63, dépasse 60.
2. $7 \times 13 = 91$, donc 91 est un multiple de 7.

2 Critères de divisibilité ★★★

- 135 : somme 9 ; divisible par 3, 5 et 9, pas par 2.
- 246 : somme 12 ; divisible par 2 et 3, pas par 5 ni 9.
- 380 : somme 11 ; divisible par 2 et 5, pas par 3 ni 9.
- 441 : somme 9 ; divisible par 3 et 9, pas par 2 ni 5.
- 1 002 : somme 3 ; divisible par 2 et 3, pas par 5 ni 9.

3 Diviseurs de 36 ★★★

- 1×36 ; 2×18 ; 3×12 ; 4×9 ; 6×6 . Les diviseurs de 36 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 (9 diviseurs).

4 Repérer les nombres premiers ★★★

- Premiers : 23, 29, 31, 41.
- $21 = 3 \times 7$; $27 = 3 \times 9$; $39 = 3 \times 13$; $51 = 3 \times 17$: ils ont un diviseur autre que 1 et eux-mêmes.

5 Division euclidienne ★★★

- $12 \times 40 = 480$ et $487 - 480 = 7$, avec $7 < 12$. Donc $487 = 12 \times 40 + 7$: quotient 40, reste 7.

6 Vrai ou faux ? ★★★

- a. Faux : 9 est impair et $9 = 3 \times 3$.
- b. Vrai : ses seuls diviseurs sont 1 et 2.
- c. Faux : 1 n'a qu'un seul diviseur.
- d. Faux : $3 \times 5 = 15$ n'est pas premier (il est divisible par 3 et 5).

7 Décomposer 60 et 90 ★★★

$$60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5.$$

$$90 = 2 \times 45 = 2 \times 3 \times 15 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5.$$

8 PGCD par les listes ★★★

12 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 ; 18 : 1, 2, 3, 6, 9, 18. Communs : 1, 2, 3, 6 $\rightarrow$ PGCD = 6.

20 : 1, 2, 4, 5, 10, 20 ; 45 : 1, 3, 5, 9, 15, 45. Communs : 1, 5 $\rightarrow$ PGCD = 5.

16 : 1, 2, 4, 8, 16 ; 24 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Communs : 1, 2, 4, 8 $\rightarrow$ PGCD = 8.

9 Quatre décompositions ★★★

$$252 = 2 \times 126 = 2 \times 2 \times 63 = 2 \times 2 \times 3 \times 21 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 7.$$

$$441 = 3 \times 147 = 3 \times 3 \times 49 = 3^2 \times 7^2.$$

$$1\,000 = 10^3 = (2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3.$$

$$495 = 5 \times 99 = 5 \times 9 \times 11 = 3^2 \times 5 \times 11.$$

10 PGCD par décomposition ★★★

$$168 = 2^3 \times 3 \times 7 \text{ (168 = 8 \times 21)}. 252 = 2^2 \times 3^2 \times 7.$$

Facteurs communs avec le plus petit exposant : 2^2 , 3 et 7. PGCD = $4 \times 3 \times 7 = 84$.

11 Algorithme d'Euclide ★★★

$1\,071 = 462 \times 2 + 147$; $462 = 147 \times 3 + 21$; $147 = 21 \times 7 + 0$. Le dernier reste non nul est 21 : PGCD(1 071 ; 462) = 21.

12 Méthode des différences ★★★

$(90 ; 66) \rightarrow (24 ; 66) \rightarrow (24 ; 42) \rightarrow (24 ; 18) \rightarrow (6 ; 18) \rightarrow (6 ; 12) \rightarrow (6 ; 6)$. Donc $\text{PGCD}(90 ; 66) = 6$.

13 Simplifier une fraction ★★★

Euclide : $374 = 238 \times 1 + 136$; $238 = 136 \times 1 + 102$; $136 = 102 \times 1 + 34$; $102 = 34 \times 3 + 0$. $\text{PGCD} = 34$.

$238 \div 34 = 7$ et $374 \div 34 = 11$, donc **$238/374 = 7/11$** , irréductible (7 et 11 sont premiers distincts).

14 Irréductible ou non ? ★★★

$35/48$: $35 = 5 \times 7$ et $48 = 2^4 \times 3$, aucun facteur commun : irréductible.

$51/68$: $51 = 3 \times 17$ et $68 = 4 \times 17$, $\text{PGCD} = 17$, donc **$3/4$** .

$91/117$: $91 = 7 \times 13$ et $117 = 9 \times 13$, $\text{PGCD} = 13$, donc **$7/9$** .

15 1 001 est-il premier ? ★★★

$1\,001 = 7 \times 143 = 7 \times 11 \times 13$. Il a donc des diviseurs autres que 1 et lui-même : il n'est pas premier. Sa décomposition est $7 \times 11 \times 13$.

16 Nombre de diviseurs ★★★

$72 = 2^3 \times 3^2$. Nombre de diviseurs : $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$.

Liste : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72.

17 Premiers entre eux ★★★

a. $14 = 2 \times 7$ et $25 = 5^2$: aucun facteur commun, $\text{PGCD} = 1$: oui.

b. $21 = 3 \times 7$ et $35 = 5 \times 7$: $\text{PGCD} = 7$: non.

c. $16 = 2^4$ et $27 = 3^3$: $\text{PGCD} = 1$: oui.

18 Partage de billes ★★★

$\text{PGCD}(324 ; 252) : 324 = 252 \times 1 + 72 ; 252 = 72 \times 3 + 36 ; 72 = 36 \times 2 + 0$. $\text{PGCD} = 36$.

$324 \div 36 = 9$ et $252 \div 36 = 7$.

Léa peut faire 36 pochettes, chacune contenant 9 billes rouges et 7 billes bleues.

19 Carrelage ★★★

En centimètres : 420 et 336. $420 = 336 \times 1 + 84 ; 336 = 84 \times 4 + 0$. $\text{PGCD} = 84$.

84 cm				

$420 \text{ cm} = 5 \times 84 \text{ cm}$

$336 \text{ cm} = 4 \times 84 \text{ cm}$ (hauteur du dessin)

Côté : 84 cm. Nombre de carreaux : $(420 \div 84) \times (336 \div 84) = 5 \times 4 = 20$ carreaux.

20 Deux bus ★★★

Il faut un nombre de minutes multiple de 12 et de 18. Multiples de 12 : 12, 24, 36... ; multiples de 18 : 18, 36... Le plus petit commun est 36. Ils se retrouvent à 8 h 36.

21 Engrenages ★★★

Il faut un nombre de dents multiple de 48 et de 72. $48 = 2^4 \times 3$ et $72 = 2^3 \times 3^2$. Le plus petit multiple commun est $2^4 \times 3^2 = 144$. La petite roue a fait $144 \div 48 = 3$ tours (et la grande $144 \div 72 = 2$ tours).

22 Le nombre mystère ★★★

Les nombres entre 100 et 130 de somme de chiffres 4 : 103, 112, 121, 130. 112 et 130 sont pairs. $121 = 11 \times 11$. Reste 103 : non divisible par 2, 3, 5, 7 ($103 = 7 \times 14 + 5$), et $11^2 = 121 > 103$, donc 103 est premier. Je suis 103.

23 Démonstration ★★★

Soit n le plus petit des trois. La somme est $n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3 \times (n + 1)$. C'est un multiple de 3.

24 Une fraction à simplifier ★★★

$2352 = 2058 \times 1 + 294$; $2058 = 294 \times 7 + 0$. PGCD = 294.

$2058 \div 294 = 7$ et $2352 \div 294 = 8$: **2058/2352 = 7/8**.

25 Bouquets du fleuriste ★★★

Il faut le plus grand diviseur commun de 84, 126 et 210. $84 = 2^2 \times 3 \times 7$; $126 = 2 \times 3^2 \times 7$; $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$. Facteurs communs : $2 \times 3 \times 7 = 42$.

Il fait 42 bouquets de $84 \div 42 = 2$ roses, $126 \div 42 = 3$ tulipes et $210 \div 42 = 5$ marguerites.