

Calcul littéral et équations

Corrigé des exercices - 2de

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Distributivité ★★★

- a. $A = 3 \times 2x - 3 \times 5 = 6x - 15$.
- b. $B = -2x \times x - 2x \times 4 = -2x^2 - 8x$.
- c. $C = x^2 + 5x + 3x + 15 = x^2 + 8x + 15$.
- d. $D = 2x^2 - 8x - x + 4 = 2x^2 - 9x + 4$.

2 Identités remarquables ★★★

- a. $(a + b)^2$ avec $a = x$, $b = 6$: $x^2 + 12x + 36$.
- b. $(a - b)^2$ avec $a = x$, $b = 7$: $x^2 - 14x + 49$.
- c. $(a + b)(a - b)$: $x^2 - 25$.
- d. $(3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4$.

3 Facteur commun ★★★

- a. $6x + 15 = 3 \times 2x + 3 \times 5 = 3(2x + 5)$.
- b. $x^2 - 5x = x \times x - x \times 5 = x(x - 5)$.
- c. Le plus grand facteur commun est $4x$: $8x^2 + 12x = 4x(2x + 3)$.
- d. Facteur commun $7y$: $7y(2x - 3)$.

4 Reconnaître une identité ★★★

- a. $x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x + 5)^2$.
- b. $(4x)^2 - 3^2 = (4x - 3)(4x + 3)$.
- c. $x^2 - 2 \times x \times 6 + 6^2 = (x - 6)^2$.
- d. $7^2 - y^2 = (7 - y)(7 + y)$.

5 Équations du 1er degré ★★★

- a. $5x - 2x = 11 + 7 \Leftrightarrow 3x = 18 \Leftrightarrow x = 6$. $\square = \{6\}$.
- b. $3x + 6 = x - 4 \Leftrightarrow 2x = -10 \Leftrightarrow x = -5$. $\square = \{-5\}$.
- c. $x/3 = 4 \Leftrightarrow x = 12$. $\square = \{12\}$.
- d. $-2x = 6 \Leftrightarrow x = -3$. $\square = \{-3\}$.

6 Produit nul simple ★★★

- a. $x - 3 = 0$ ou $x + 8 = 0$: $\square = \{-8 ; 3\}$.
- b. $2x + 1 = 0$ ou $3x - 5 = 0$: $x = -\mathbf{1/2}$ ou $x = \mathbf{5/3}$. $\square = \{-\mathbf{1/2} ; \mathbf{5/3}\}$.
- c. $x = 0$ ou $x = 9$: $\square = \{0 ; 9\}$.
- d. $(4x - 2)^2 = (4x - 2)(4x - 2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \mathbf{1/2}$. $\square = \{\mathbf{1/2}\}$.

7 Vrai ou faux ? ★★★

- a. **Faux.** $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$. Contre-exemple : pour $x = 1$, $(1 + 4)^2 = 25$ alors que $1^2 + 16 = 17$.
- b. **Vrai.** C'est l'identité $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ avec $a = x$ et $b = 3$.
- c. **Vrai.** Pour $x = 3$: $9 - 6 - 3 = 0$.
- d. **Vrai.** Le dénominateur $x - 2$ vaut 0 pour $x = 2$ et on ne peut pas diviser par 0.

8 Développer et réduire ★★★

- a. $(2x - 3)(x + 4) = 2x^2 + 8x - 3x - 12 = 2x^2 + 5x - 12$ et $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$.
Donc $A = 2x^2 + 5x - 12 - x^2 + 2x - 1 = \mathbf{x^2 + 7x - 13}$.
- b. $B = x^2 + 4x + 4 + x^2 - 4x + 4 = \mathbf{2x^2 + 8}$.
- c. $(3x - 1)(3x + 1) = 9x^2 - 1$ et $2x(4x - 3) = 8x^2 - 6x$. Donc $C = 9x^2 - 1 - 8x^2 + 6x = \mathbf{x^2 + 6x - 1}$.

9 Factoriser avec une parenthèse ★★★

- a. Facteur commun $(x + 3)$: $(x + 3)[(2x - 1) + (x + 5)] = \mathbf{(x + 3)(3x + 4)}$.
- b. C'est $a^2 - 3^2$ avec $a = 2x - 5$: $(2x - 5 - 3)(2x - 5 + 3) = (2x - 8)(2x - 2) = \mathbf{4(x - 4)(x - 1)}$.
- c. Facteur commun $(x - 3)$: $(x - 3)[(5x + 1) - (2x + 7)] = (x - 3)(3x - 6) = \mathbf{3(x - 3)(x - 2)}$.
- d. $(2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2 = \mathbf{(2x - 5)^2}$.

10 Équations produit ★★★

- a. $3x - 6 = 0$ ou $x + 7 = 0$: $\square = \{-7 ; 2\}$.
- b. $x(x - 5) = 0$: $\square = \{0 ; 5\}$.
- c. $(3x - 4)(3x + 4) = 0$: $x = \mathbf{4/3}$ ou $x = -\mathbf{4/3}$. $\square = \{-\mathbf{4/3} ; \mathbf{4/3}\}$.
- d. $(x + 1)[(2x - 3) - (x + 4)] = (x + 1)(x - 7) = 0$. $\square = \{-1 ; 7\}$.

11 Équations $x^2 = k$ ★★★

- a. $x = 7$ ou $x = -7$. $\square = \{-7 ; 7\}$.
- b. Un carré n'est jamais négatif : $\square = \emptyset$ (aucune solution).

- c. $x - 3 = 5$ ou $x - 3 = -5$: $x = 8$ ou $x = -2$. $\square = \{-2 ; 8\}$.
d. $x^2 = 1/4$ donc $x = 1/2$ ou $x = -1/2$. $\square = \{-1/2 ; 1/2\}$.

12 Valeurs interdites ★★★

- a. $x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4$: valeur interdite **4**.
b. $2x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -3$: valeur interdite **-3**.
c. $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3) = 0$: valeurs interdites **3 et -3**.
d. Un produit est nul si l'un des facteurs l'est : valeurs interdites **1 et -5**.

13 Simplifier ★★★

- a. Numérateur = $(x - 3)(x + 3)$. Pour $x \neq -3$: **$x - 3$** .
b. $2x + 4 = 2(x + 2)$ et $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$. Pour $x \neq 2$ et $x \neq -2$: **$2/x - 2$** .
c. $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$. Pour $x \neq -3$: **$x + 3$** .
d. $x(x - 5)$ sur $(x - 5)(x + 5)$. Pour $x \neq 5$ et $x \neq -5$: **$x/x + 5$** .

14 Réduire au même dénominateur ★★★

- a. Valeurs interdites : 0 et -1. Dénominateur commun $x(x + 1)$: **$(x+1)+2x/x(x+1) = 3x+1/x(x+1)$** .
b. Valeurs interdites : 2 et -2. Dénominateur commun $(x - 2)(x + 2)$:
 $3(x+2)-(x-2)/(x-2)(x+2) = 3x+6-x+2/x^2-4 = 2x+8/x^2-4$.
c. Valeur interdite : 1. **$x+2(x-1)/x-1 = 3x-2/x-1$** .

15 Équations quotient ★★★

- a. Valeur interdite : 3. Le numérateur est nul si $2x + 1 = 0$, soit $x = -1/2$ (autorisée).
 $\square = \{-1/2\}$.
b. Valeur interdite : -2. $x - 4 = 3(x + 2) \Leftrightarrow x - 4 = 3x + 6 \Leftrightarrow -2x = 10 \Leftrightarrow x = -5$,
autorisée. $\square = \{-5\}$.
c. Valeur interdite : 2. $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2$. On rejette 2 : $\square = \{-2\}$.
d. Valeurs interdites : 0 et -4. Produit en croix : $5(x + 4) = 3x \Leftrightarrow 5x + 20 = 3x \Leftrightarrow 2x = -20 \Leftrightarrow x = -10$, autorisée. $\square = \{-10\}$.

16 Équation avec fractions numériques ★★★

Produit en croix (ou on multiplie par 6) : $2(2x - 1) = 3(x + 4) \Leftrightarrow 4x - 2 = 3x + 12 \Leftrightarrow x = 14$.

Vérification : **$27/3 = 9$** et **$18/2 = 9$** . $\square = \{14\}$.

17 Le carré qui devient rectangle ★★★

- a. Le rectangle mesure $(x + 3)$ sur $(x - 3)$; son aire est $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$. L'aire du carré est x^2 , donc l'aire diminue toujours de 9 cm^2 , quelle que soit la valeur de x .
- b. $x^2 - 9 = 40 \Leftrightarrow x^2 = 49 \Leftrightarrow x = 7$ ou $x = -7$. Un côté est positif : $x = 7$ (et $7 > 3$).
Dimensions : 10 cm sur 4 cm , et $10 \times 4 = 40 \text{ cm}^2$. Le carré de départ mesure 7 cm de côté.

18 Programme de calcul ★★★

- a. Le résultat est $(x + 3)^2 - 9 = x^2 + 6x + 9 - 9 = x^2 + 6x = x(x + 6)$.
- b. $x(x + 6) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -6$. $\square = \{-6 ; 0\}$.
- c. $(x + 3)^2 - 9 = 16 \Leftrightarrow (x + 3)^2 = 25 \Leftrightarrow x + 3 = 5$ ou $x + 3 = -5 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -8$.
Vérification : $(2 + 3)^2 - 9 = 16$ et $(-5)^2 - 9 = 16$. $\square = \{-8 ; 2\}$.

19 Le jardin ★★★

Soit x la largeur en mètres ; la longueur est $x + 5$.

- a. Périmètre : $2(x + x + 5) = 58 \Leftrightarrow 4x + 10 = 58 \Leftrightarrow 4x = 48 \Leftrightarrow x = 12$. La largeur est 12 m et la longueur 17 m (contrôle : $2 \times 29 = 58$).
- b. Aire = $12 \times 17 = 204 \text{ m}^2$.

Le jardin mesure 12 m sur 17 m et son aire est de 204 m^2 .

20 Comparer deux tarifs ★★★

- a. Formule A : $12 + 3n$. Formule B : $5n$.
- b. $12 + 3n = 5n \Leftrightarrow 12 = 2n \Leftrightarrow n = 6$. Pour 6 séances : $12 + 18 = 30 \text{ €}$ et $5 \times 6 = 30 \text{ €}$.
- c. Pour 10 séances : A coûte $12 + 30 = 42 \text{ €}$ et B coûte 50 € . La formule A est plus avantageuse (à partir de 7 séances).

21 Calcul mental astucieux ★★★

- a. $(100 + 1)^2 = 10\,000 + 200 + 1 = \mathbf{10\,201}$.
- b. $(100 - 1)^2 = 10\,000 - 200 + 1 = \mathbf{9\,801}$.
- c. $(50 + 1)(50 - 1) = 50^2 - 1^2 = 2\,500 - 1 = \mathbf{2\,499}$.
- d. Différence de carrés : $(1002 - 998)(1002 + 998) = 4 \times 2\,000 = \mathbf{8\,000}$.

22 Deux carrés égaux ★★★

- a. $(2x - 1)^2 - (x + 4)^2 = 0 \Leftrightarrow [(2x - 1) - (x + 4)][(2x - 1) + (x + 4)] = 0 \Leftrightarrow (x - 5)(3x$

$+ 3) = 0 \Leftrightarrow x = 5$ ou $x = -1$. Vérification : $9^2 = 81 = 9^2$ et $(-3)^2 = 9 = 3^2$. $\square = \{-1 ; 5\}$.

b. $[(x + 2) - (3x - 1)][(x + 2) + (3x - 1)] = (3 - 2x)(4x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = \mathbf{3/2}$ ou $x = \mathbf{-1/4}$. $\square = \{-1/4 ; 3/2\}$.

23 Équation à deux fractions ★★★

Comme $x^2 - x = x(x - 1)$, les valeurs interdites sont 0 et 1.

On multiplie par $x(x - 1)$: $2(x - 1) + 3x = 7 \Leftrightarrow 5x - 2 = 7 \Leftrightarrow x = \mathbf{9/5}$.

Cette valeur n'est ni 0 ni 1 : $\square = \{\mathbf{9/5}\}$.

24 Équation avec valeurs interdites ★★★

Valeurs interdites : 2 et -2. Produit en croix : $x(x + 2) = (x + 6)(x - 2) \Leftrightarrow x^2 + 2x = x^2 + 4x - 12 \Leftrightarrow -2x = -12 \Leftrightarrow x = 6$.

Vérification : $\mathbf{6/4 = 12/8 = 3/2}$. $\square = \{6\}$.

25 Démonstration ★★★

a. $n(n + 2) + 1 = n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2$ d'après la deuxième forme de l'identité $(a + b)^2$ avec $a = n$ et $b = 1$.

b. Avec $n = 99$: $99 \times 101 + 1 = 100^2 = 10\,000$. On retrouve : $99 \times 101 = 9\,999$.