

Bac de maths 2025 France J1

Corrigé du bac de maths

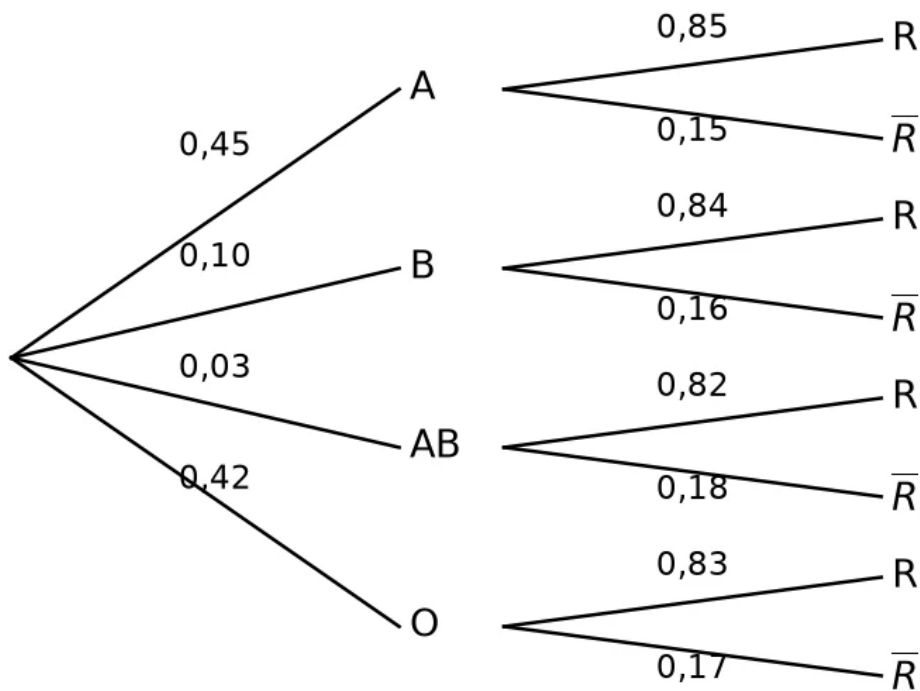
Corrigé rédigé du sujet 1 de spécialité maths, baccalauréat de juin 2025, **France métropolitaine**. Tu y trouveras un arbre pondéré complété avec probabilités totales, loi binomiale et inégalité de Bienaymé-Tchebychev ; une étude de fonction avec logarithme, convexité, tangente et aire par intégration par parties ; quatre affirmations vrai ou faux en géométrie de l'espace ; enfin une suite récurrente puis une équation différentielle pour modéliser la posidonie. Chaque résultat est justifié avec le théorème du programme utilisé, pour que tu puisses rédiger comme le jour de l'examen.

Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : groupes sanguins, loi binomiale et Bienaymé-Tchebychev
- Corrigé de l'exercice 2 : étude d'une fonction avec logarithme et calcul d'aire
- Corrigé de l'exercice 3 : affirmations de géométrie dans l'espace
- Corrigé de l'exercice 4 : croissance de la posidonie, suite puis équation différentielle

Corrigé de l'exercice 1 : groupes sanguins, loi binomiale et Bienaymé-Tchebychev

1. Les pourcentages de l'énoncé donnent $(p(A)=0{,}45)$, $(p(B)=0{,}10)$, $(p(AB)=0{,}03)$, puis $(p_A(R)=0{,}85)$, $(p_B(R)=0{,}84)$, $(p_{AB}(R)=0{,}82)$. Les quatre groupes forment une partition : $(p(O) = 1 - (0{,}45+0{,}10+0{,}03) = 0{,}42)$. On complète chaque paire de branches par les probabilités contraires (somme égale à 1) : $(p_{A(\overline{R})}=0{,}15)$, $(p_{B(\overline{R})}=0{,}16)$, $(p_{AB(\overline{R})}=0{,}18)$. Pour le groupe O, les deux valeurs $(0{,}83)$ et $(0{,}17)$ ne sont pas demandées ici : elles se déduisent des questions 3 et 4.



2. D'après la formule des probabilités composées : $P(B \cap R) = P(B) \times P_B(R) = 0,10 \times 0,84 = 0,084$. Dans le contexte, **8,4 % de la population française est de groupe B et de rhésus positif.**

3. Les événements (A) , (B) , (AB) et (O) forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales : $P(R) = P(A \cap R) + P(B \cap R) + P(AB \cap R) + P(O \cap R)$. On calcule $P(A \cap R) = 0,45 \times 0,85 = 0,3825$ et $P(AB \cap R) = 0,03 \times 0,82 = 0,0246$. Donc $P(O \cap R) = 0,8397 - 0,3825 - 0,084 - 0,0246 = 0,3486$. Alors $P_O(R) = \frac{P(O \cap R)}{P(O)} = \frac{0,3486}{0,42} = 0,83$.

4. Être donneur universel, c'est être de groupe O et de rhésus négatif : on cherche $P(O \cap \overline{R})$. On a $P_O(\overline{R}) = 1 - P_O(R) = 0,17$, donc $P(O \cap \overline{R}) = P(O) \times P_O(\overline{R}) = 0,42 \times 0,17 = 0,0714$.

5. a. On répète 100 fois, de façon identique et indépendante (tirage assimilé à un tirage avec remise), une épreuve à deux issues : « la personne est donneur universel » (succès, de probabilité $p = 0,0714$) ou non. (X) compte le nombre de succès : **(X) suit la loi binomiale de paramètres $(n=100)$ et $(p=0,0714)$.**

b. À la calculatrice, $P(X \leq 7) \approx 0,57714$. Donc à (10^{-3}) près : **$P(X \leq 7) \approx 0,577$.**

c. Pour une loi binomiale, $E(X) = np = 100 \times 0,0714 = 7,14$ et $V(X) = np(1-p) = 100 \times 0,0714 \times 0,9286 = 6,630204$, soit **$V(X) \approx 6,63$** à (10^{-2}) près.

6. a. (M_N) est la moyenne des nombres de donneurs universels obtenus dans les (N) _____

villes : **c'est le nombre moyen de donneurs universels par échantillon de 100 personnes**, sur l'ensemble des (N) collectes.

b. Par linéarité de l'espérance : $E(M_N) = \frac{E(X_1) + \dots + E(X_N)}{N} = \frac{N \times 7}{N} = 7$.

c. Les variables sont indépendantes, donc la variance de la somme est la somme des variances. Et $V(aY) = a^2 V(Y)$ avec $a = \frac{1}{N}$: $V(M_N) = \frac{1}{N^2} \times N \times 63 = \frac{63}{N}$.

d. L'inégalité $7 \leq M_N \leq 28$ équivaut à $|M_N - 7| \leq 21$, puisque 7 ± 21 donne 7 et 28. Son événement contraire est $|M_N - 7| \geq 21$. L'inégalité de Bienaymé-Tchebychev donne, pour $t = 21$: $P(|M_N - E(M_N)| \geq t) \leq \frac{V(M_N)}{t^2}$, soit $P(|M_N - 7| \geq 21) \leq \frac{63}{0,0196N}$. On veut $P(7 \leq M_N \leq 28) = 1 - P(|M_N - 7| \geq 21) \geq 0,95$, donc il suffit que $\frac{63}{0,0196N} \leq 0,05$, c'est-à-dire $N \geq \frac{63}{0,0196 \times 0,05} \approx 6765,3$. La plus petite valeur entière est **$N = 6766$** .

À retenir : un arbre se complète avec « somme des branches = 1 » et les probabilités totales ; pour la moyenne de (N) variables indépendantes de même loi, l'espérance reste la même et la variance est divisée par (N) , ce qui alimente Bienaymé-Tchebychev.

Corrigé de l'exercice 2 : étude d'une fonction avec logarithme et calcul d'aire

Partie A

1. $f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente (T_{A}) au point A. Cette droite passe par A(1 ; 2) et C(3 ; 0) : $f'(1) = \frac{0-2}{3-1} = -1$.

2. $f'(x) = 0$ signifie que la tangente est horizontale. Sur $[0 ; 3]$, la courbe a un maximum local (vers $x \approx 0,4$) puis un minimum local (vers $x \approx 1,6$) : il y a deux tangentes horizontales. L'équation $f'(x) = 0$ admet donc **2 solutions**.

3. Au voisinage de $(x=0,2)$, la courbe est située sous ses tangentes : elle est concave. Donc **$f''(0,2) < 0$** .

Partie B

1. Le discriminant de $(2X^2 - 3X + 2)$ est $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 2 = 9 - 16 = -7 < 0$. L'équation n'a **aucune solution réelle**. Pour $(x > 0)$, $f(x) = 0$ équivaut à $(2(\ln x)^2 - 3 \ln x + 2 = 0)$ (car $x \neq 0$). En posant $(X = \ln x)$, on retrouve l'équation précédente, qui n'a pas de solution. Donc $f(x) = 0$ est impossible : **(C_f) ne coupe pas l'axe des abscisses**.

2. On factorise pour lever l'indétermination : $f(x) = x(\ln x)^2 \left(2 - \frac{3}{\ln x} + \frac{2}{(\ln x)^2}\right)$. Quand $x \rightarrow +\infty$, $(\ln x \rightarrow +\infty)$, donc $x(\ln x)^2 \rightarrow +\infty$, et $\left(\frac{3}{\ln x} \rightarrow 0\right)$, $\left(\frac{2}{(\ln x)^2} \rightarrow 0\right)$, donc la parenthèse tend vers 2. Par produit : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

3. a. On dérive $f'(x) = 2(\ln x)^2 + \ln x - 1$: la dérivée de $(\ln x)^2$ est $2 \ln x \times \frac{1}{x}$. Donc $f'(x) = 2 \times \frac{2 \ln x}{x} + \frac{1}{x} - 1 = \frac{4 \ln x + 1}{x}$.

b. Pour $x > 0$, $\frac{1}{x} > 0$, donc $f'(x)$ a le signe de $(4 \ln x + 1)$. Or $4 \ln x + 1 \geq 0 \iff \ln x \geq -\frac{1}{4} \iff x \geq e^{-1/4}$ (la fonction exponentielle est croissante). Donc f est concave sur $\left[0 ; e^{-1/4}\right]$ et convexe sur $\left[e^{-1/4} ; +\infty\right)$. f' s'annule en changeant de signe : **le point d'inflexion a pour abscisse $e^{-1/4}$** (environ 0,78).

c. On a $e^{-1/4} < 1$, donc f est convexe sur $[1 ; +\infty)$. Une courbe convexe est située au-dessus de chacune de ses tangentes : **$\mathcal{C}_f$ est au-dessus de T_B sur $[1 ; +\infty)$** .

Partie C

1. L'équation de la tangente en $(x = e)$ est $y = f'(e)(x - e) + f(e)$. Comme $(\ln e = 1)$: $f'(e) = 2 \times 1 + 1 - 1 = 2$ et $f(e) = e(2 - 3 + 2) = e$. Donc $y = 2(x - e) + e$, soit **$y = 2x - e$** .

2. On pose $u(x) = \ln x$, $u'(x) = \frac{1}{x}$, $v(x) = x$ et $v'(x) = \frac{x^2}{2}$. Ces fonctions sont de classe (C^1) sur $[1 ; e]$. Par intégration par parties :
$$\int_1^e x \ln x \, dx = \left[\frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} \, dx \right]_1^e = \left[\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} \right]_1^e = \frac{e^2}{2} \ln e - \frac{e^2}{4} - \left(\frac{1^2}{2} \ln 1 - \frac{1^2}{4} \right) = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2 + 1}{4}$$

3. Sur $[1 ; e]$, $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de T_B (question B.3.c), donc $A = \int_1^e [f(x) - (2x - e)] \, dx$. On développe : $f(x) - 2x + e = 2x(\ln x)^2 - 3x \ln x + 2x - 2x + e = 2x(\ln x)^2 - 3x \ln x + e$. Par linéarité :
$$A = 2 \int_1^e x(\ln x)^2 \, dx - 3 \int_1^e x \ln x \, dx + e \int_1^e 1 \, dx = 2 \left[\frac{x^2}{2} \ln^2 x - 2 \int x \ln x \, dx \right]_1^e - 3 \left[\frac{x^2}{2} \ln x \right]_1^e + e(x) \Big|_1^e$$

$$= \left[x^2 \ln^2 x - 3x \ln x + 2x \right]_1^e = (e^2 \ln^2 e - 3e \ln e + 2e) - (1^2 \ln^2 1 - 3 \cdot 1 \ln 1 + 2 \cdot 1) = e^2 - 3e + 2 - (-2) = e^2 - 3e + 4$$

 $A = \frac{e^2 - 3e + 4}{4}$ unités d'aire, soit environ 1,57.

À retenir : la convexité se lit sur le signe de f'' , et une courbe convexe reste au-dessus de ses tangentes ; l'aire entre deux courbes est l'intégrale de la différence « haut moins bas », calculée avec la linéarité et l'intégration par parties.

Corrigé de l'exercice 3 : affirmations de géométrie dans l'espace

Affirmation 1 : vraie. Le point de paramètre $(t=0)$ est $(3; 2; -1)$, c'est B. Un vecteur directeur est $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Or $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix} = -2\vec{u}$: $\vec{u}$ est colinéaire à $\vec{AB}$. La droite passe par B avec la direction de (AB) : c'est bien la droite (AB).

Affirmation 2 : fausse. Les vecteurs

$\vec{OA} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ et

$\vec{OB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires, ils dirigent le plan (OAB). Dans un repère orthonormé :

$\vec{n} \cdot \vec{OA} = 5(-1) + (-2) \cdot 0 + 1 \cdot 5 = 0$, mais $\vec{n} \cdot \vec{OB} = 5 \cdot 3 + (-2) \cdot 2 + 1 \cdot (-1) = 10 \neq 0$. Le vecteur $\vec{n}$ n'est pas orthogonal à $\vec{OB}$, donc il n'est pas normal au plan (OAB).

Affirmation 3 : fausse. Les directions $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires : les droites ne sont pas parallèles. On cherche une intersection en résolvant $\begin{cases} 15+k=1+4s \\ 8-k=2+4s \\ -6+2k=1-6s \end{cases}$. En additionnant les deux premières équations : $23=3+8s$, donc $s=2$, puis $k=1+10-15=-4$. On vérifie la troisième : $-6+2(-4)=-14$ et $1-6 \cdot 2=-11$. Le système a une solution : les droites sont sécantes au point $(11; 12; -14)$, donc **elles sont coplanaires**, et l'affirmation est fausse.

Affirmation 4 : vraie. Le repère est orthonormé, donc la distance de C $(2; -1; 2)$ au plan $(x-y+z+1=0)$ est $\frac{|2-(-1)+2+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$. Autre méthode : la droite passant par C et de direction $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ coupe le plan en H $(0; 1; 0)$ (paramètre $l=-2$), et $CH = \sqrt{4+4+4} = 2\sqrt{3}$.

À retenir : pour une droite, on compare un point et un vecteur directeur ; pour un vecteur normal, deux produits scalaires avec des vecteurs non colinéaires du plan ; pour deux droites non parallèles, la résolution du système donne coplanaires (sécantes) ou non.

Corrigé de l'exercice 4 : croissance de la posidonie, suite puis équation différentielle

Partie A

1. $u_1 = 0,02 \times 1^2 + 1,3 \times 1 = 1,32$. Au premier juillet 2025, la posidonie recouvrira **1,28 ha**.

2. a. On démontre par récurrence $(P(n) : 1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 20)$, en remarquant que $u_{n+1} = h(u_n)$. Initialisation : $u_0 = 1$ et $u_1 = 1,32$, donc

Fiche en ligne : maths-facile.eu/corrige-bac-maths-2025-metropole-j1/ · Cours, exercices et contrôles corrigés sur

$(1 \leq u_0 \leq u_1 \leq 20)$. *Hérédité* : on suppose $(P(n))$ vraie pour un entier (n) . Comme (h) est croissante sur $([0 ; 20])$, on peut appliquer (h) à chaque membre : $(h(1) \leq h(u_n) \leq h(u_{n+1}) \leq h(20))$, soit $(1 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 18)$. Comme $(1 \leq 1)$ et $(18 \leq 20)$, on obtient $(1 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 20)$: $(P(n+1))$ est vraie.
Conclusion : $(P(n))$ est vraie pour tout entier (n) .

b. D'après la question précédente, la suite $((u_n))$ est croissante $(u_n \leq u_{n+1})$ et majorée par 20. D'après le théorème de convergence monotone, **elle converge** vers une limite (L) , et $(1 \leq L \leq 20)$.

c. La fonction (h) est continue (polynôme), donc la limite (L) vérifie $(h(L)=L)$. On résout : $(-0,02L^2+1,3L=L \iff -0,02L^2+0,3L=0 \iff -0,02L(L-15)=0 \iff L=0 \text{ ou } L=15)$. Comme $(L \geq 1)$, on a **$(L=15)$** .

3. a. La suite converge vers 15, et $(15 > 14)$. Donc l'intervalle ouvert $(]14 ; +\infty[)$, qui contient 15, contient tous les termes à partir d'un certain rang. Il existe donc un rang (n) à partir duquel $(u_n > 14)$: **la posidonie finira par dépasser 14 ha.**

b. Tant que (u) est inférieur ou égal à 14, on passe à l'année suivante :

```
def seuil():
    n=0
    u= 1
    while u <= 14 :
        n=n+1
        u=-0.02*u**2+1.3*u
    return n
```

En calculant les termes, on trouve $(u_{17} \approx 13,79)$ et $(u_{18} \approx 14,12)$: la fonction renvoie **18**. Il faut 18 ans, donc le seuil est dépassé au premier juillet 2042.

Partie B

1. (f) ne s'annule pas, donc $(g=\frac{1}{f})$ est dérivable et $(g'=-\frac{f'}{f^2})$. Comme $(f'=0,02f(15-f))$, on a $(g'=-\frac{0,02f(15-f)}{f^2}=-\frac{0,02(15-f)}{f}=-\frac{0,3}{f}+0,02=-0,3g+0,02)$. Donc **(g) est solution de $((E_2))$** .

2. L'équation $(y'=-0,3y+0,02)$ est du type $(y'=ay+b)$ avec $(a=-0,3)$. Une solution constante est $(-\frac{b}{a}=\frac{0,02}{0,3}=\frac{1}{15})$. Les solutions sont les fonctions **$(t \mapsto C \text{e}^{-0,3t} + \frac{1}{15})$** , avec $(C \in \mathbb{R})$.

3. On a $(g(0)=\frac{1}{f(0)}=1)$, donc $(C+\frac{1}{15}=1)$ et $(C=\frac{14}{15})$. Alors
 $(g(t)=\frac{14}{15} \text{e}^{-0,3t} + \frac{1}{15} = \frac{14 \text{e}^{-0,3t} + 1}{15})$

$\frac{1}{15}$), et $f(t) = \frac{1}{g(t)}$ $\left(\frac{15}{14e^{-0,3t}+1}\right)$.

4. Quand $t \rightarrow +\infty$, $e^{-0,3t} \rightarrow 0$, donc $(e^{-0,3t} \rightarrow 0)$ et $(14e^{-0,3t}+1 \rightarrow 1)$. Par quotient, $\left(\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 15\right)$: on retrouve la limite du modèle discret.

5. Le dénominateur est positif, donc $f(t) > 14 \iff 15 > 14 \left(14e^{-0,3t}+1\right) \iff 1 > 196e^{-0,3t} \iff e^{-0,3t} < \frac{1}{196}$. La fonction $(\ln)$ est croissante : $(-0,3t < -\ln 196)$, donc $(t > \frac{\ln 196}{0,3} \approx 17,6)$. L'ensemble des solutions est $\left(\left[\frac{\ln 196}{0,3} ; +\infty\right[\right)$. Dans le contexte : la posidonie dépasse 14 ha au bout d'environ 17,6 ans, soit dans la 18e année, ce qui est cohérent avec la réponse 18 du modèle discret.

À retenir : une suite croissante et majorée converge, et sa limite est un point fixe de (h) ; pour l'équation $(y' = ay(b-y))$, le changement de fonction $(g = \frac{1}{y})$ la ramène à une équation linéaire $(y' = ay+b)$ que l'on sait résoudre.