

Bac de maths 2025 France J2

Corrigé du bac de maths

Ce corrigé du sujet 2 de spécialité maths, France métropolitaine, 18 juin 2025, détaille chaque question. Tu verras comment construire un arbre pondéré et en déduire la loi binomiale du nombre de personnes sans chute, comment majorer un écart avec Bienaymé-Tchebychev, puis comment mener une étude dans l'espace jusqu'au point où un triangle devient rectangle. Viennent ensuite les quatre affirmations (limite, récurrence, convexité, inégalité avec $\ln$) et, pour finir, le freinage du chariot : équation différentielle, variations de la vitesse, intégration par parties et distance parcourue. **Reprends ta copie** et repère les arguments qui te manquaient.

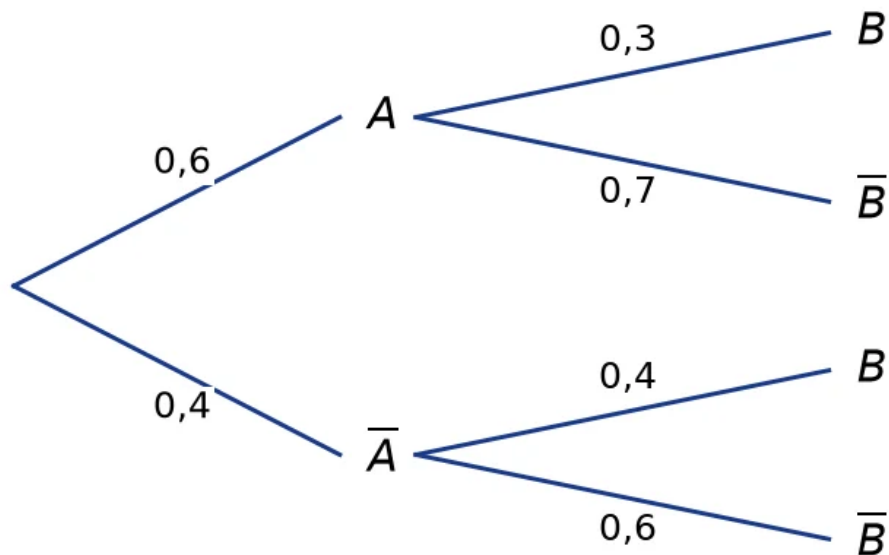
Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : chutes en roller, loi binomiale et temps d'attente
- Corrigé de l'exercice 2 : plan, projeté orthogonal et triangle rectangle
- Corrigé de l'exercice 3 : quatre affirmations vrai ou faux
- Corrigé de l'exercice 4 : freinage d'un chariot de manège

Corrigé de l'exercice 1 : chutes en roller, loi binomiale et temps d'attente

Partie A

1. Les données donnent $(P(A)=0{,}6)$, donc $(P(\overline{A})=0{,}4)$. Si la personne chute lors de la première séance, la probabilité de chuter à la seconde est $(P_A(B)=0{,}3)$, donc $(P_A(\overline{B})=0{,}7)$. Sinon, $(P_{\overline{A}}(B)=0{,}4)$, donc $(P_{\overline{A}}(\overline{B})=0{,}6)$. D'où l'arbre pondéré :



2. On suit le chemin $(\overline{A})$ puis $(\overline{B})$:

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0,4 \times 0,6 = 0,24$$

$(P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,24)$: 24 % des personnes ayant pris la formule ne chutent à aucune des deux séances.

3. Les événements (A) et $(\overline{A})$ forment une partition, donc d'après la formule des probabilités totales :

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = 0,6 \times 0,3 + 0,4 \times 0,4 = 0,18 + 0,16 = 0,34$$

4. On a $(P(\overline{B}) = 1 - 0,34 = 0,66)$. La probabilité demandée est :

$$P_{\overline{B}}(\overline{A}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0,24}{0,66} = \frac{4}{11} \approx 0,364$$

5. a. On répète 100 fois, de façon indépendante (tirage avec remise), la même épreuve : choisir une personne et regarder si elle ne chute à aucune des deux séances. Cette épreuve a deux issues, avec une probabilité de succès $(p = 0,24)$. La variable (X) compte les succès : **(X) suit la loi binomiale de paramètres $(n = 100)$ et $(p = 0,24)$.**

5. b. On cherche $(P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19))$. À la calculatrice, $(P(X \leq 19) \approx 0,145)$, donc **$(P(X \geq 20) \approx 0,855)$.**

5. c. $(E(X) = np = 100 \times 0,24 = 24)$. **$(E(X) = 24)$** : sur un grand nombre d'échantillons de 100 personnes, on compte en moyenne 24 personnes sans aucune chute par échantillon.

Partie B

1. Par linéarité de l'espérance, $E(T) = E(T_1) + E(T_2) = 40 + 60 = 100$. **$E(T) = 100$** : une personne attend en moyenne 100 minutes sur l'ensemble du week-end.
2. On a $V(T_1) = 10^2 = 100$ et $V(T_2) = 16^2 = 256$. Les variables étant indépendantes, les variances s'ajoutent : $V(T) = 100 + 256 = 356$.
3. L'évènement « $60 \leq T \leq 140$ » équivaut à $40 \leq |T - 100| \leq 40$, puisque $E(T) = 100$. Son contraire est $|T - 100| \geq 40$. Avec Bienaymé-Tchebychev et $t = 40$:

$$P(|T - 100| \geq 40) \leq \frac{V(T)}{40^2} = \frac{356}{1600} = 0,2225.$$

On en déduit :

$$P(60 \leq T \leq 140) = 1 - P(|T - 100| \geq 40) \geq 1 - 0,2225 = 0,7775 > 0,77.$$

La probabilité est donc bien **supérieure à 0,77**.

À retenir : pour passer de « strictement compris entre deux valeurs » à l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, recentre sur l'espérance pour écrire un écart $|T - E(T)|$ et passe à l'évènement contraire.

Corrigé de l'exercice 2 : plan, projeté orthogonal et triangle rectangle

Partie A

1. Cherchons les paramètres qui donnent S. Sur (d) , $(x = \frac{3}{2} + 2t = \frac{1}{2})$ donne $(t = -1)$; alors $(y = 2 - 1 = 1)$ et $(z = 3 + 1 = 4)$: on trouve bien $(S | (-\frac{1}{2}, 1, 4))$. Sur (d') , $(x = s = -\frac{1}{2})$ donne $(y = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1)$ et $(z = 3 - 2 \times (-\frac{1}{2}) = 4)$: on retrouve S. Les directions $(\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix})$ et $(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix})$ ne sont pas proportionnelles, donc les droites sont distinctes. Elles ont le point S en commun : elles sont **sécantes en S**.
2. a. On a $(\overrightarrow{AB} | \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix})$ et $(\overrightarrow{AC} | \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix})$, non colinéaires (donc A, B, C définissent bien un plan). Les produits scalaires sont :
 $\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 2 - 6 + 4 = 0 \quad \text{et} \quad \overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 - 2 + 0 = 0.$

Le vecteur $(\overrightarrow{n})$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan : **c'est un vecteur normal au plan (ABC)**.

2. b. Une équation du plan est de la forme $(x+2y+4z+c=0)$. En remplaçant par les coordonnées de A : $(-1+4+4+c=0)$, donc $(c=-7)$. **Une équation de (ABC) est $(x+2y+4z-7=0)$.**

3. Pour S, on obtient $(-\frac{1}{2}+2 \times 1+4 \times 4-7=\frac{21}{2} \neq 0)$. Les coordonnées de S ne vérifient pas l'équation : S n'est pas dans le plan (ABC), donc **A, B, C et S ne sont pas coplanaires.**

4. a. D'abord H est dans le plan : $(-1+0+8-7=0)$. Ensuite $(\overrightarrow{\text{SH}}) = \begin{pmatrix} -1+\frac{1}{2} \\ 0-1 \\ 2-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{n}$: ce vecteur est colinéaire au vecteur normal, donc la droite (SH) est perpendiculaire au plan. H est un point du plan tel que (SH) soit orthogonale au plan : **H est le projeté orthogonal de S sur (ABC).**

4. b. On calcule $(\text{SH}) = \sqrt{\frac{1}{4}+1+4} = \sqrt{\frac{21}{4}} = \frac{\sqrt{21}}{2}$. Pour un point (M) du plan distinct de H, le triangle SHM est rectangle en H, donc (SM) est son hypoténuse et $(\text{SM}) > (\text{SH})$. Pour $(M=H)$, $(\text{SM}) = (\text{SH})$. Dans tous les cas $(\text{SM}) \geq \frac{\sqrt{21}}{2}$: **aucun point du plan n'est à une distance de S strictement inférieure à $(\frac{\sqrt{21}}{2})$.**

Partie B

1. On a $(\overrightarrow{\text{CS}}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}-1 \\ 1-1 \\ 4-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$. Comme $(\overrightarrow{\text{CM}}) = k(\overrightarrow{\text{CS}})$, on a $(x_M=1-\frac{3}{2}k)$, $(y_M=1)$, $(z_M=1+3k)$. Donc **$(M \in (1-\frac{3}{2}k, 1, 1+3k))$.**

2. Le triangle (MAB) est rectangle en (M) si et seulement si $(\overrightarrow{MA}) \cdot \overrightarrow{MB} = 0$. On a :

$$(\overrightarrow{MA}) = \begin{pmatrix} -2+\frac{3}{2}k \\ 1-3k \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad (\overrightarrow{MB}) = \begin{pmatrix} \frac{3}{2}k \\ -2-3k \end{pmatrix}$$

$$(\overrightarrow{MA}) \cdot \overrightarrow{MB} = \left(-2+\frac{3}{2}k\right) \frac{3}{2}k - 2(1-3k) = \frac{45}{4}k^2 - 6k - 2$$

L'équation $(\frac{45}{4}k^2 - 6k - 2 = 0)$ équivaut à $(45k^2 - 24k - 8 = 0)$. Son discriminant est $(\Delta = 24^2 + 4 \times 45 \times 8 = 2\,016 > 0)$, donc deux solutions :

$(k_1 = \frac{24+\sqrt{2\,016}}{90} \approx 0{,}766)$ et $(k_2 = \frac{24-\sqrt{2\,016}}{90} \approx -0{,}232)$. Seule (k_1) appartient à $([0, 1])$. **Oui, il existe un seul point (M) du segment [CS], obtenu pour $(k \approx 0{,}766)$** (c'est-à-dire $(k = \frac{4+2\sqrt{14}}{15})$), pour lequel (MAB) est rectangle en (M).

À retenir : un triangle est rectangle en M quand $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$; avec un point mobile sur un segment, on obtient une équation en k dont il faut vérifier que les solutions sont dans $[0, 1]$.

Corrigé de l'exercice 3 : quatre affirmations vrai ou faux

Affirmation 1 : fausse. On factorise numérateur et dénominateur par les termes dominants :

$$u_n = \frac{5^n \left(\frac{1}{5^n} + 1 \right)}{3^n \left(\frac{2}{3^n} + 1 \right)} = \left(\frac{5}{3} \right)^n \frac{\frac{1}{5^n} + 1}{\frac{2}{3^n} + 1}$$

Comme $\frac{5}{3} > 1$, $\left(\frac{5}{3} \right)^n$ tend vers $+\infty$, et le quotient tend vers $\frac{1}{1} = 1$. Donc u_n tend vers $+\infty$: la suite ne converge pas vers $\frac{5}{3}$.

Affirmation 2 : vraie. Récurrence sur (P_n) : « $w_n \geq n$ ». *Initialisation* : $w_0 = 0 \geq 0$. *Hérédité* : si $w_n \geq n$, alors $(3w_n \geq 3n)$, donc $w_{n+1} = 3w_n - 2n + 3 \geq 3n - 2n + 3 = n + 3 \geq n + 1$. Ainsi $w_{n+1} \geq n + 1$. *Conclusion* : $w_n \geq n$ pour tout entier n .

Affirmation 3 : fausse. Une fonction convexe a sa courbe située au-dessus de chacune de ses tangentes. Sur la figure, au voisinage du point A d'abscisse 8, la courbe $\mathcal{C}_f$ passe sous la tangente (T) , de part et d'autre de A. La fonction f n'est donc pas convexe sur $[0, +\infty[$ (elle est concave près de A).

Affirmation 4 : vraie. Posons $\varphi(x) = \ln x - x + 1$ sur $[0, +\infty[$. Alors $\varphi'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$, du signe de $(1-x)$ car $x > 0$. La fonction φ est croissante sur $[0, 1]$, décroissante sur $[1, +\infty[$, donc elle a un maximum en 1 : $\varphi(1) = 0 - 1 + 1 = 0$. Ainsi $\varphi(x) \leq 0$ pour tout $x > 0$.

À retenir : pour une limite de quotient de suites géométriques, factorise par le terme dominant ; pour une inégalité du type $\ln x \leq x - 1$, étudie le maximum de la différence.

Corrigé de l'exercice 4 : freinage d'un chariot de manège

Partie A

- On cherche l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée 15 : on lit **environ 2 secondes**.
- La distance parcourue se rapproche de l'asymptote horizontale (Δ) , située un peu au-dessus de 22 : la zone de freinage doit mesurer **au moins environ 22,8 m** (la lecture graphique donne entre 22,5 m et 23 m).
- $d'(4, 7)$ est le coefficient directeur de la tangente (T) en A. Cette droite passe par

le point de l'axe des ordonnées de hauteur environ 16,4 et par A d'ordonnée environ 21 : la pente est $\frac{21-16,4}{4-7} \approx 1$. **$(d'(4,7) \approx 1)$** : à l'instant 4,7 s, la vitesse du chariot est d'environ $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Partie B

1. a. L'équation $((E))$ s'écrit $(y' = -0,6y)$: ses solutions sont les fonctions **$(t \mapsto C \cdot \mathrm{e}^{-0,6t})$** , avec (C) réel.

1. b. La fonction $(g(t) = t \cdot \mathrm{e}^{-0,6t})$ est dérivable et $(g'(t) = \mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t \cdot \mathrm{e}^{-0,6t})$. Donc :

$$[g'(t) + 0,6g(t) = \mathrm{e}^{-0,6t} - 0,6t \cdot \mathrm{e}^{-0,6t} + 0,6t \cdot \mathrm{e}^{-0,6t} = \mathrm{e}^{-0,6t}].$$

La fonction (g) est bien **solution de $((E))$** .

1. c. Les solutions de $((E))$ sont la somme d'une solution particulière (g) et des solutions de $((E'))$: **$(t \mapsto (t+C) \cdot \mathrm{e}^{-0,6t})$** , avec (C) réel.

1. d. Comme (v) est solution de $((E))$, $(v(t) = (t+C) \cdot \mathrm{e}^{-0,6t})$. La condition $(v(0) = 12)$ donne $(C = 12)$. Donc **$(v(t) = (12+t) \cdot \mathrm{e}^{-0,6t})$** .

2. a. On dérive un produit :

$$[v'(t) = \mathrm{e}^{-0,6t} + (12+t) \times (-0,6) \cdot \mathrm{e}^{-0,6t} = (1-7,2-0,6t) \cdot \mathrm{e}^{-0,6t} = (-6,2-0,6t) \cdot \mathrm{e}^{-0,6t}].$$

2. b. Quand (t) tend vers $(+\infty)$, $(\mathrm{e}^{-0,6t})$ tend vers 0, donc $(12 \cdot \mathrm{e}^{-0,6t})$ aussi. En posant $(X = 0,6t)$, qui tend vers $(+\infty)$, le quotient $(\frac{X}{\mathrm{e}^X})$ tend vers 0 par croissances comparées. Donc **$(\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = 0)$** .

2. c. Pour $(t \geqslant 0)$, $(\mathrm{e}^{-0,6t} > 0)$ et $(-6,2-0,6t \leqslant -6,2 < 0)$, donc $(v'(t) < 0)$: **(v) est strictement décroissante sur $([0, +\infty[)$** . Avec $(v(0) = 12)$ et la limite 0 :

(t)	(0)		$(+\infty)$
Signe de $(v'(t))$		$(-)$	
Variations de (v)	(12)	décroissante	(0)

2. d. La fonction (v) est continue et strictement décroissante sur $([0, +\infty[)$, de 12 vers 0. Comme $(1 \in]0, 12])$, le théorème de la bijection montre que l'équation $(v(t) = 1)$ a **une unique solution (α)** . À la calculatrice, $(v(4,6) \approx 1,05 > 1)$ et $(v(4,7) \approx 0,995 < 1)$, donc $(4,6 < \alpha < 4,7)$ et, plus précisément, **$(\alpha \approx 4,69)$** . Au dixième : **$(\alpha \approx 4,7)$** .

3. Le système se déclenche dès que $(v(t) \leqslant 1)$. Comme (v) est décroissante, cela

revient à α). Il entre donc en action au bout d'environ **4,7 secondes**.

Partie C

1. On pose $u(x)=12+x$ et $w'(x)=\mathrm{e}^{-0,6x}$, donc $u'(x)=1$ et $w(x)=-\frac{1}{0,6}\mathrm{e}^{-0,6x}$. Par intégration par parties :

$$d(t)=\left[-\frac{12+x}{0,6}\mathrm{e}^{-0,6x}\right]_0^t+\frac{1}{0,6}\int_0^t\mathrm{e}^{-0,6x}\mathrm{d}x.$$

Le crochet vaut $-\frac{12+t}{0,6}\mathrm{e}^{-0,6t}+20$. L'intégrale vaut $\frac{1}{0,6}\times\frac{1-\mathrm{e}^{-0,6t}}{0,6}=\frac{25}{9}\left(1-\mathrm{e}^{-0,6t}\right)$. En regroupant :

$$d(t)=\mathrm{e}^{-0,6t}\left(-\frac{5}{3}(12+t)-\frac{25}{9}\right)+20+\frac{25}{9}=\mathrm{e}^{-0,6t}\left(-\frac{5}{3}t-\frac{205}{9}\right)+\frac{205}{9}.$$

(On a utilisé $\frac{5}{3}\times 12=20$ et $(20+\frac{25}{9})=\frac{205}{9}$.)

2. Le dispositif se déclenche au temps $\alpha\approx 4,69$ s. On calcule $d(\alpha)$ avec la valeur exacte de α (mémorisée dans la calculatrice) : **$d(\alpha)\approx 20,94$ m**. Attention : si l'on remplace α par sa valeur arrondie 4,7, on trouve $d(4,7)\approx 20,95$ m ; l'écart d'un centième vient de l'arrondi sur α , c'est pourquoi on garde la valeur exacte en mémoire pour un résultat au centième.

À retenir : pour une équation $(y'+ay=f)$, on ajoute une solution particulière aux solutions de l'équation sans second membre, puis on fixe la constante avec la condition initiale ; une distance se retrouve en intégrant la vitesse.