

Bac de maths 2025 France septembre J1

Corrigé du bac de maths

Ce corrigé du sujet 1 de septembre 2025 (France métropolitaine, spécialité mathématiques) t'explique comment résoudre une équation différentielle du premier ordre et l'appliquer à une courbe de **glycémie**, calculer une valeur moyenne par intégration par parties, démontrer des propriétés dans un cube avec un repère, étudier deux suites qui tendent vers 2 (récurrence, suite géométrique auxiliaire, algorithme Python), puis départager quatre affirmations vrai ou faux par un dénombrement, des probabilités conditionnelles, une loi binomiale et une espérance. Chaque étape est justifiée avec la propriété du cours employée, et chaque exercice se termine par l'idée essentielle à retenir.

Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : équation différentielle et glycémie
- Corrigé de l'exercice 2 : un cube prolongé et un tétraèdre
- Corrigé de l'exercice 3 : deux suites qui convergent vers 2
- Corrigé de l'exercice 4 : quatre affirmations sur un musée

Corrigé de l'exercice 1 : équation différentielle et glycémie

Partie A

1. On dérive $(u(t)=t, e^{-0,4t})$ avec la formule du produit :

$(u'(t)=e^{-0,4t}-0,4t, e^{-0,4t})$. Alors

$$[u'(t)+0,4u(t)=e^{-0,4t}-0,4t, e^{-0,4t}+0,4t, e^{-0,4t}]=e^{-0,4t}.$$

La fonction (u) est donc **solution de $((E))$** .

2. a. Supposons que $(g=f-u)$ vérifie $(g'+0,4g=0)$. Comme $(g'=f'-u')$, on a $(f'-u'+0,4f-0,4u=0)$, c'est-à-dire

$$[f'+0,4f=u'+0,4u=e^{-0,4t},]$$

la dernière égalité venant de la question 1. Donc **(f) est solution de $((E))$** .

b. L'équation $((H))$ s'écrit $(y'=-0,4y)$. Ses solutions sont les fonctions $(t \mapsto C, e^{-0,4t})$, avec $(C \in \mathbb{R})$.

c. Grâce à la réciproque admise, (f) est solution de $((E))$ si et seulement si $(f-u)$ est solution de $((H))$, donc si $(f(t)-t, e^{-0,4t})=C, e^{-0,4t})$. Les solutions de $((E))$ sont les fonctions $(t \mapsto (t+C), e^{-0,4t})$, **(C) étant un réel quelconque**.

d. La condition $(f(0)=1)$ donne $((0+C)\times 1=1)$, donc $(C=1)$. La solution cherchée est $(f(t)=(t+1)\text{e}^{-0,4t})$.

Partie B

1. a. Avec $(f(t)=(t+1)\text{e}^{-0,4t})$:

$$f'(t)=\text{e}^{-0,4t}-0,4(t+1)\text{e}^{-0,4t}=(1-0,4t-0,4)\text{e}^{-0,4t}=(-0,4t+0,6)\text{e}^{-0,4t}.$$

b. L'exponentielle est strictement positive, donc $(f'(t))$ a le signe de $(-0,4t+0,6)$, qui est positif pour $(t\leq 1,5)$, nul en $(1,5)$ et négatif ensuite. Les valeurs utiles sont $(f(0)=1)$, $(f(1,5)=2\text{e}^{-0,6}\approx 1,372)$ et $(f(6)=7\text{e}^{-2,4}\approx 0,635)$.

(t)	0	1,5	6
Signe de $(f'(t))$		+ puis (-)	
Variations de (f)	1	croît jusqu'à $(2\text{e}^{-0,6}\approx 1,37)$, puis décroît	$(7\text{e}^{-2,4}\approx 0,64)$

2. a. Sur $([0 ; 1,5])$, $(f(t))\geq f(0)=1>0,7$: pas de solution. Sur $([1,5 ; 6])$, (f) est continue et strictement décroissante, de $(1,372)$ à $(0,635)$, et $(0,7)$ est entre ces deux valeurs. D'après le théorème des valeurs intermédiaires (version bijection), l'équation $(f(t)=0,7)$ a **une unique solution (α) dans $([0 ; 6])$** .

b. À la calculatrice, $(\alpha\approx 5,615)$ heure. Comme $(0,615\times 60\approx 36,9)$, cela fait environ 5 h 36,9 min. La glycémie passe sous $(0,7)$ à partir de (α) : la personne est en hypoglycémie **environ 5 h 37 min après le repas**.

3. a. On pose $(u(t)=t+1)$ et $(v'(t)=\text{e}^{-0,4t})$, donc $(u'(t)=1)$ et $(v(t)=-2,5\text{e}^{-0,4t})$. Alors

$$\int_0^6 f(t)\text{d}t=\Big[-2,5(t+1)\text{e}^{-0,4t}\Big]_0^6+2,5\int_0^6 \text{e}^{-0,4t}\text{d}t.$$

Le crochet vaut $(-17,5\text{e}^{-2,4}+2,5)$. Et
$$\int_0^6 \text{e}^{-0,4t}\text{d}t=\Big[-2,5\text{e}^{-0,4t}\Big]_0^6=-2,5\text{e}^{-2,4}+2,5.$$
 Donc

$$\int_0^6 f(t)\text{d}t=-17,5\text{e}^{-2,4}+2,5-6,25\text{e}^{-2,4}+6,25=-23,75\text{e}^{-2,4}+8,75.$$

b. La valeur moyenne sur $([0 ; 6])$ est
$$\frac{1}{6-0}\int_0^6 f(t)\text{d}t=\frac{8,75-23,75\text{e}^{-2,4}}{6}\approx\frac{6,595}{6}$$

). La glycémie moyenne est d'environ **1,10 g.L⁻¹**.

c. Comme f est solution de $((E))$, on a $(f'(t) + 0,4f(t) = \text{e}^{-0,4t})$. On intègre entre 0 et 6 : $f(6) - f(0) + 0,4 \int_0^6 f(t) dt = \int_0^6 \text{e}^{-0,4t} dt = 2,5 - 2,5 \text{e}^{-2,4}$. Avec $f(6) = 7$ et $f(0) = 1$:

$$\int_0^6 f(t) dt = 3,5 - 9,5 \text{e}^{-2,4} \quad \Longleftrightarrow \quad \int_0^6 f(t) dt = 8,75 - 23,75 \text{e}^{-2,4}$$

On retrouve la même valeur sans intégration par parties.

À retenir : les solutions de $(y' + ay = g)$ s'obtiennent en ajoutant une solution particulière à (C, e^{-at}) ; et quand une fonction vérifie une équation différentielle, on peut intégrer cette équation pour calculer son intégrale.

Corrigé de l'exercice 2 : un cube prolongé et un tétraèdre

On prend l'arête du cube comme unité. Dans le repère $(\left(\text{A} \mid \overrightarrow{\text{AB}}, \overrightarrow{\text{AD}}, \overrightarrow{\text{AE}}\right))$, les points sont $(\text{A}(0 \mid 0 \mid 0))$, $(\text{B}(1 \mid 0 \mid 0))$, $(\text{C}(1 \mid 1 \mid 0))$, $(\text{D}(0 \mid 1 \mid 0))$, $(\text{E}(0 \mid 0 \mid 1))$, $(\text{F}(1 \mid 0 \mid 1))$, $(\text{G}(1 \mid 1 \mid 1))$, $(\text{H}(0 \mid 1 \mid 1))$, et $(\overrightarrow{\text{BM}} = \overrightarrow{\text{AB}})$ donne $(\text{M}(2 \mid 0 \mid 0))$.

Partie A

1. Dans un cube, l'arête [FG] est perpendiculaire à la face ABFE (elle est parallèle à [AD], qui est perpendiculaire à cette face). La droite (FG) est donc orthogonale à toute droite de ce plan. Or M est sur la droite (AB), donc la droite (FM) est dans le plan (ABF). Ainsi **(FG) et (FM) sont perpendiculaires**.

2. Les droites (HG) et (EF) sont parallèles (côtés opposés d'une face), et (EF) est parallèle à (AB). Donc (HG) est parallèle à (AM), qui est la droite (AB). Deux droites parallèles sont coplanaires : **A, M, G et H sont coplanaires**.

Partie B

1. $(\overrightarrow{\text{GM}}) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $(\overrightarrow{\text{AH}}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Si $(\overrightarrow{\text{GM}}) = \lambda (\overrightarrow{\text{AH}})$, la première coordonnée donnerait $(1=0)$: c'est impossible, donc **les vecteurs ne sont pas colinéaires**.

2. a. La droite (GM) passe par $G(1; 1; 1)$ et est dirigée par $\vec{GM}(1; -1; -1)$: ses points sont $((1+t; 1-t; 1-t))$, ce qui est la représentation donnée.

b. Un point commun vérifie $(1+t=0)$, $(1-t=k)$ et $(1-t=k)$. Donc $(t=-1)$ et $(k=2)$, et le point est $(0; 2; 2)$: **N a pour coordonnées $(0; 2; 2)$** .

3. a. $\vec{AM}(2; 0; 0)$ et $\vec{AN}(0; 2; 2)$. Le repère est orthonormé et $\vec{AM} \cdot \vec{AN} = 0+0+0=0$: **AMN est rectangle en A.**

b. $AM=2$ et $AN=\sqrt{4+4}=2\sqrt{2}$. L'aire vaut $\frac{AM \times AN}{2} = \frac{2 \times 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.

4. a. J est le centre du carré BCGF, donc le milieu de [BG] : $J(\frac{1+1}{2}; \frac{0+1}{2}; \frac{0+1}{2})$, soit $J(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.

b. $\vec{FJ}(\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix})$. On a $\vec{FJ} \cdot \vec{AM} = 0$ et $\vec{FJ} \cdot \vec{AN} = 0+1-1=0$. Il est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (AMN) : **$\vec{FJ}$ est normal à (AMN).**

c. Le plan (AMN) passe par l'origine A et a pour vecteur normal $\vec{FJ}(0; 1; -1)$ (colinéaire à $\vec{FJ}$) : son équation est $(y-z=0)$. Pour J : $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$, donc **J appartient au plan (AMN)**. Comme (FJ) est orthogonale à ce plan et que J y est, J est le pied de la perpendiculaire menée de F : **J est le projeté orthogonal de F sur (AMN).**

5. Pour le tétraèdre AMNF, on prend AMN comme base ; la hauteur est $FJ=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Donc

$$V_{\text{AMNF}} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$$

Pour la pyramide BCGFM, la base BCGF est un carré d'aire 1, contenu dans le plan $(x=1)$. Le sommet M est à la distance $(2-1=1)$ de ce plan (et (BM) est perpendiculaire à la face), donc la hauteur est 1 et

$$V_{\text{BCGFM}} = \frac{1}{3} \times 1 \times 1 = \frac{1}{3}$$

Ainsi $V_{\text{AMNF}} = \frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$: **le volume du tétraèdre est le double de celui de la pyramide.**

coordonnées ; pour une hauteur, repère le pied de la perpendiculaire (projeté orthogonal) avant de calculer le volume.

Corrigé de l'exercice 3 : deux suites qui convergent vers 2

Partie A

1. $f(2) = \sqrt{4} = 2$. Sur $]2 ; +\infty[$, $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x-2}} > 0$, donc f est strictement croissante. Enfin $(3x-2) \rightarrow +\infty$ quand $x \rightarrow +\infty$, donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Cela justifie le tableau.

2. a. Soit $(P)(n)$: $2 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 6$.

Initialisation. $(u_0 = 6)$ et $(u_1 = \sqrt{18-2} = 4)$, et $2 \leq 4 \leq 6 \leq 6$: $(P)(0)$ est vraie.

Hérédité. On suppose $2 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 6$. La fonction f est croissante, donc $f(2) \leq f(u_{n+1}) \leq f(u_n) \leq f(6)$, c'est-à-dire $2 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq 4$. Comme $4 \leq 6$, on a $2 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \leq 6$: $(P)(n+1)$ est vraie.

Conclusion. La propriété est vraie pour tout n .

b. D'après ce qui précède, (u_n) est décroissante et minorée par 2 : d'après le théorème de la convergence monotone, **elle converge**.

3. La limite ℓ vérifie $\sqrt{3\ell-2} = \ell$. On élève au carré (avec $\ell \geq 0$) : $3\ell-2 = \ell^2$, soit $\ell^2-3\ell+2=0$, de racines 1 et 2. Comme $u_n \geq 2$ pour tout n , on a $\ell \geq 2$, donc **$\ell = 2$** .

4. a. La suite (u_n) converge vers 2 : à partir d'un certain rang, tous ses termes sont strictement inférieurs à $2,000001$. La condition $u \geq 2,000001$ du while finit donc par être fausse et la boucle s'arrête : **la fonction renvoie bien une valeur**.

b. Si $a > 2$, le même argument s'applique : (u_n) finit par passer sous a , la boucle s'arrête. Si $a \leq 2$, tous les u_n sont supérieurs ou égaux à 2, donc à a : la condition reste vraie et la boucle ne s'arrête jamais. La fonction renvoie un résultat **exactement pour $a > 2$** .

Partie B

1. $v_1 = 3 - \frac{2}{6} = 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$.

2. a. On calcule w_{n+1} en remplaçant v_{n+1} par $3 - \frac{2}{v_n}$:

$$w_{n+1} = \frac{3 - \frac{2}{v_n} - 1}{3 - \frac{2}{v_n} - 2} = \frac{2 - \frac{2}{v_n}}{1 - \frac{2}{v_n}} = \frac{2(v_n - 1)}{v_n - 2} = 2w_n.$$

La suite (w_n) est donc **géométrique de raison 2**, de premier terme $w_0 = \frac{6-1}{6-2} = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

b. On a $w_n = 1{,}25 \times 2^n$. Avec $w_{n-1} = \frac{1}{v_{n-2}}$, on obtient $v_{n-2} = \frac{1}{w_{n-1}} = \frac{1}{1{,}25 \times 2^{n-1}}$, donc

$$v_n = 2 + \frac{1}{1{,}25 \times 2^{n-1}}.$$

c. Comme $2 > 1$, $2^n \rightarrow +\infty$, donc $1{,}25 \times 2^{n-1} \rightarrow +\infty$ et $\frac{1}{1{,}25 \times 2^{n-1}} \rightarrow 0$. Ainsi $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2$.

3. $v_n < 2{,}01 \iff \frac{1}{1{,}25 \times 2^{n-1}} < 0{,}01 \iff 1{,}25 \times 2^{n-1} > 100$ (les quantités sont positives) $\iff 2^n > 80$. Or $2^6 = 64 < 80$ et $2^7 = 128 > 80$. Le plus petit entier est $(n=7)$.

Partie C

Pour (v_n) . On a $v_n > 2 > 1{,}99$ pour tout (n) , et $v_n < 2{,}01$ dès $(n \geqslant 7)$ (la suite (v_n) est décroissante, car $\frac{1}{1{,}25 \times 2^{n-1}}$ diminue quand (n) augmente).

Pour (u_n) . On a $u_n \geqslant 2 > 1{,}99$ pour tout (n) . Il reste à savoir quand $u_n < 2{,}01$; la suite (u_n) est décroissante, donc il suffit de trouver le premier rang. Avec le programme de la partie A, rang(2.01) renvoie 17 : $u_{16} \approx 2{,}0126 \geqslant 2{,}01$ et $u_{17} \approx 2{,}0087 < 2{,}01$. Donc $u_n < 2{,}01$ si et seulement si $(n \geqslant 17)$.

Les deux conditions sont réunies pour $(n \geqslant 17)$, et $(n=16)$ ne convient pas pour (u_n) . Le plus petit entier est donc $(N=17)$.

À retenir : une suite récurrente $u_{n+1} = f(u_n)$ avec (f) croissante se traite par récurrence ; pour une suite homographique, une suite auxiliaire $\frac{v_n - a}{v_n - b}$ devient géométrique.

Corrigé de l'exercice 4 : quatre affirmations sur un musée

Affirmation 1 : fausse. Pour former un code, on choisit le premier chiffre parmi 1 à 9 (9 choix, car il n'est pas 0), le deuxième parmi les 9 chiffres restants (0 est maintenant permis), le troisième parmi 8, le quatrième parmi 7. Il y a $9 \times 9 \times 8 \times 7 = 4\,536$ codes. Le nombre $5\,040 = 10 \times 9 \times 8 \times 7$ compterait aussi les codes qui commencent par 0.

Affirmation 2 : fausse. Notons (L) « billet acheté en ligne » et (S) « sans audioguide ». On a $P(L) = 0{,}7$, $P_L(S) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$ et $P(S) = 0{,}32$. Donc $P(L \cap S) = 0{,}7 \times 0{,}2 = 0{,}14$ et, par les probabilités totales, $P(\overline{L} \cap S) = 0{,}32 - 0{,}14 = 0{,}18$. Comme $P(\overline{L}) = 0{,}3$:

$$P(\overline{L})(S) = \frac{0,18}{0,3} = 0,6 \text{ et } \frac{2}{3} \approx 0,667.$$

Affirmation 3 : vraie. La probabilité de choisir l'audioguide est $(1 - 0,32 = 0,68)$. Le nombre de visiteurs avec audioguide parmi 12 suit une loi binomiale de paramètres 12 et $(0,68)$, donc

$$P(Y=6) = \text{dbinom}\{12\}\{6\} \times 0,68^6 \times 0,32^6 = 924 \times (0,68 \times 0,32)^6 = 924 \times 0,2176^6.$$

$$(\text{dbinom}\{12\}\{6\} = 924), \text{ et } (0,68 \times 0,32 = 0,2176).$$

Affirmation 4 : fausse. En minutes, les durées sont 50, 80 et 100, et

$$E(X) = 50 \times 0,1 + 80 \times 0,6 + 100 \times 0,3 = 5 + 48 + 30 = 83.$$

L'espérance est de 83 minutes et non de 77.

À retenir : pour une affirmation vrai ou faux, on démontre par un calcul exact ; dans un dénombrement, traite d'abord la contrainte (premier chiffre non nul), et pour une probabilité conditionnelle, aide-toi d'un arbre ou d'un tableau.