

# Bac de maths 2025 France septembre J2

## Corrigé du bac de maths

Ce corrigé du bac de spécialité mathématiques de septembre 2025 (France métropolitaine, 10 septembre, sujet 2) détaille chaque question : loi binomiale puis suite

$(p_{n+1}=0,2p_n+0,3)$  pour le phénomène El Niño, cinq affirmations vrai ou faux argumentées, étude de l'aire d'un rectangle sous la courbe d'une fonction logarithme avec un algorithme de balayage, et construction du point équidistant des quatre sommets d'un tétraèdre grâce aux plans médiateurs. **Chaque affirmation est tranchée avec un calcul ou un contre-exemple**, la rédaction attendue en Terminale.

**Dans cette page :**

- Corrigé de l'exercice 1 : El Niño, loi binomiale et suite
- Corrigé de l'exercice 2 : cinq affirmations
- Corrigé de l'exercice 3 : aire d'un rectangle sous une courbe
- Corrigé de l'exercice 4 : plans médiateurs et point équidistant

## Corrigé de l'exercice 1 : El Niño, loi binomiale et suite

### Partie A

**1.** On répète 10 fois la même épreuve à deux issues (El Niño dominant ou non), avec la même probabilité de succès  $(0,4)$ , et les années sont indépendantes.  $(X)$  compte les succès :  **$(X)$  suit la loi binomiale de paramètres  $(n=10)$  et  $(p=0,4)$ .**

**2. a.**

$(P(X=2)=\text{dbinom}\{10\}\{2\}\times 0,4^2\times 0,6^8=45\times 0,16\times 0,6^8\approx 0,121)$ .

**b.**  $(P(X\leq 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)\approx 0,0060+0,0403+0,1209)$ , soit **0,167** environ. Cela signifie que, sur une période de 10 ans, la probabilité que El Niño soit dominant au plus 2 années est d'environ 16,7 %.

**3.** Pour une loi binomiale,  $(E(X)=np=10\times 0,4=)$  **4.** En moyenne, sur de nombreuses périodes de 10 ans, El Niño est dominant 4 années par période.

### Partie B

**1.** Sur l'arbre, la branche vers  $(E_n)$  porte  $(p_n)$ , donc celle vers  $(\overline{E_n})$  porte  $(1-p_n)$ . Depuis  $(E_n)$  : vers  $(E_{n+1})$  la probabilité est  $(0,5)$ , vers  $(\overline{E_{n+1}})$  c'est  $(0,5)$ . Depuis  $(\overline{E_n})$  : vers  $(E_{n+1})$  c'est  $(0,3)$ , vers  $(\overline{E_{n+1}})$  c'est  $(0,7)$ .

2. En 2023,  $(p_0=0)$  : l'année 2023 n'est sûrement pas dominante, donc 2024 l'est avec la probabilité  $(0{,}3)$ . Plus précisément :  $(p_1=0 \times 0{,}5 + 1 \times 0{,}3 =)$  **0,3**.

3.  $(E_n)$  et  $(\overline{E_n})$  forment une partition. Par la formule des probabilités totales, en lisant l'arbre :

$$p_{n+1} = p_n \times 0{,}5 + (1 - p_n) \times 0{,}3 = 0{,}5p_n + 0{,}3 - 0{,}3p_n = 0{,}2p_n + 0{,}3$$

4. a. À la calculatrice :  $(p_0=0)$ ,  $(p_1=0{,}3)$ ,  $(p_2=0{,}36)$ ,  $(p_3=0{,}372)$ ,  $(p_4=0{,}3744)$ ... On conjecture que la suite est **croissante** et tend vers **0,375**.

b. Récurrence sur la propriété  $(H_n)$  : «  $(p_n \leq \frac{3}{8})$  ».

*Initialisation.*  $(p_0=0 \leq \frac{3}{8})$ .

*Hérédité.* On suppose  $(p_n \leq \frac{3}{8})$ . En multipliant par  $(0{,}2 > 0)$  :  $(0{,}2p_n \leq 0{,}075)$ . En ajoutant  $(0{,}3)$  :

$$(p_{n+1} = 0{,}2p_n + 0{,}3 \leq 0{,}075 + 0{,}3 = \frac{3}{8})$$

*Conclusion.* Pour tout entier  $(n)$ ,  $(p_n \leq \frac{3}{8})$ .

c. Pour tout  $(n)$  :  $(p_{n+1} - p_n = 0{,}3 - 0{,}8p_n)$ . Comme  $(p_n \leq 0{,}375)$ , on a  $(0{,}8p_n \leq 0{,}3)$ , donc  $(p_{n+1} - p_n \geq 0)$ . **La suite  $((p_n))$  est croissante.**

d. La suite est croissante et majorée par  $(\frac{3}{8})$  : d'après le théorème de convergence monotone, **elle converge**.

5. a. Pour tout  $(n)$  :

$$u_{n+1} = p_{n+1} - \frac{3}{8} = 0{,}2p_n + 0{,}3 - \frac{3}{8} = 0{,}2p_n - \frac{3}{40} = 0{,}2 \left( p_n - \frac{3}{8} \right) = 0{,}2u_n$$

La suite  $((u_n))$  est géométrique de raison **0,2**, de premier terme  $(u_0 = p_0 - \frac{3}{8} =)$   **$(-\frac{3}{8})$** .

b. On a  $(u_n = -\frac{3}{8} \times 0{,}2^n)$ , donc

$$(p_n = u_n + \frac{3}{8} = \frac{3}{8} - \frac{3}{8} \times 0{,}2^n = \frac{3}{8} (1 - 0{,}2^n))$$

c. Comme  $(0 < 0{,}2 < 1)$ ,  $(\lim_{n \rightarrow +\infty} 0{,}2^n = 0)$ , donc  $(\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n =)$   **$(\frac{3}{8})$** .

d. À long terme, la probabilité qu'El Niño soit dominant une année donnée se rapproche de  $(\frac{3}{8} = 37{,}5\%)$ , quel que soit le point de départ.

**À retenir :** pour une suite  $(p_{n+1} = ap_n + b)$ , on cherche le point fixe

$(\ell = \frac{b}{1-a})$  ; la suite  $(u_n = p_n - \ell)$  est alors géométrique de raison  $(a)$ , ce —

qui donne l'expression explicite et la limite.

## Corrigé de l'exercice 2 : cinq affirmations

---

**Affirmation 1.** Un groupe se choisit en prenant 2 filles parmi 14 et 2 garçons parmi 10 :  $\binom{14}{2} \times \binom{10}{2} = 91 \times 45 = 4095$  groupes possibles. Comme  $4095 \geq 272$ , on peut effectivement constituer 272 groupes différents :

**l'affirmation est juste**, en lisant « il est possible de constituer 272 groupes différents ». (Elle serait fausse si elle prétendait qu'il n'y en a que 272 en tout.)

**Affirmation 2.** La fonction  $f$  est dérivable et

$f'(x) = 3 \times 2 \cos(2x + \pi) = 6 \cos(2x + \pi)$ . En  $x = \frac{\pi}{2}$  :

$f'(\frac{\pi}{2}) = 6 \cos(2\pi) = 6$  et

$f(\frac{\pi}{2}) = 3 \sin(2\pi) = 0$ . La tangente a pour équation  $y = 6(x - \frac{\pi}{2}) + 0 = 6x - 3\pi$ . **L'affirmation est juste.**

**Affirmation 3.** On dérive  $F$  comme un produit :  $F'(x) = 2 \ln$

$x + (2x + 1) \times \frac{1}{x}$ . En  $x = 1$  :  $F'(1) = 0 + 3 = 3$ , alors que  $f(1) = 2$ . Donc  $F' \neq f$  et **l'affirmation est fausse**.

**Affirmation 4.** On a bien  $g(0) = 45 + 20 = 65$ . Mais

$g'(t) = 45 \times 0 + 2e^{0.06t} = 2e^{0.06t}$ , donc :

$g'(t) + 0.06g(t) = 2e^{0.06t} + 2e^{0.06t} + 1e^{0.06t} = 5e^{0.06t} \neq 1$

La fonction  $g$  n'est pas solution de  $(E_1)$  : **l'affirmation est fausse**. (La solution de  $(E_1)$  vérifiant  $g(0) = 65$  est  $t \mapsto 45e^{-0.06t} + 20$ .)

**Affirmation 5.** Soit  $y$  une solution positive de  $(E_2)$ . Alors

$y'(x) = y(x) + 3e^{0.4x}$ , somme de deux termes positifs :  $y' \geq 0$ . En dérivant l'équation,  $y''(x) = y'(x) + 1.2e^{0.4x}$ , somme de deux termes positifs :  $y'' \geq 0$ . La dérivée seconde est positive donc **l'affirmation est juste** : ces solutions sont convexes sur  $\mathbb{R}$ .

**À retenir :** pour réfuter une affirmation, un seul contre-exemple suffit (comme  $x = 1$  pour la primitive) ; pour la valider, il faut une démonstration valable pour tout  $x$ . Pour une équation différentielle, on vérifie toujours la solution en la reportant dans l'équation.

## Corrigé de l'exercice 3 : aire d'un rectangle sous une courbe

---

### Partie A

**1.** Le trinôme  $-x^2 + 7x + 8$  a pour racine évidente  $-1$  :  $(-1 - 7 + 8 = 0)$ . Le produit des racines vaut  $\frac{8}{-1} = -8$ , donc l'autre racine est  $8$ . Le coefficient de  $x^2$  est négatif, donc le trinôme est positif entre les racines : l'ensemble des solutions est  $[-1; 8]$ .

2. Pour  $x \in ]0,;8]$ ,  $(-x^2+7x+8) \geq 0$ , donc  $(-x^2+7x+9) \geq 1$ . La fonction  $(\ln)$  étant croissante,  $(\ln(-x^2+7x+9)) \geq \ln 1 = 0$ . Comme  $(x > 0)$ , le quotient  $(f(x) = \frac{10 \ln(-x^2+7x+9)}{x})$  est positif.

3. Graphiquement, la courbe  $(C_f)$  est située **au-dessus de l'axe des abscisses** (ou sur cet axe, en  $(x=8)$  où  $(f(8)=0)$ ) sur  $(]0,;8])$ .

## Partie B

1. Le point M a pour coordonnées  $(x, f(x))$ . Ses projetés sont  $(N(x,;0))$  et  $(P(0,;f(x)))$ , avec  $(f(x) = \frac{10 \ln(-x^2+7x+9)}{x})$ .

2. Les longueurs  $(\text{ON} = x)$  et  $(\text{OP} = f(x))$  sont positives (partie A). Le rectangle a pour aire :

$$\mathcal{A}(x) = \text{ON} \times \text{OP} = x \times \frac{10 \ln(-x^2+7x+9)}{x} = 10 \ln(-x^2+7x+9)$$

3. Sur  $(]0,;8])$ ,  $(-x^2+7x+9 > 0)$  (car  $(\geq 1)$ ), donc  $(\mathcal{A})$  est dérivable et :

$$\mathcal{A}'(x) = 10 \times \frac{-2x+7}{-x^2+7x+9}$$

Le dénominateur est positif, donc  $(\mathcal{A}'(x))$  a le signe de  $(-2x+7)$  : positif pour  $(x < \frac{7}{2})$ , négatif ensuite.  $(\mathcal{A})$  est croissante sur  $(]0,;\frac{7}{2}[)$  puis décroissante sur  $([\frac{7}{2},;8])$ . L'aire est maximale pour  $(x = \frac{7}{2})$  : **oui, il existe une position du point M**, celle d'abscisse  $(3,;5)$ , et l'aire maximale vaut

$$(10 \ln(\frac{85}{4})) \approx 30,;56. \text{ Le point M est alors } (3,;5,;f(3,;5)) \text{ avec } (f(3,;5) \approx 8,;73).$$

## Partie C

1. On part de  $(x = 3,;5)$ , où l'aire est maximale, puis elle décroît quand  $(x)$  augmente. On avance par pas de 0,1 tant que l'aire dépasse encore  $(k)$ , et on renvoie la valeur de  $(x)$  obtenue en sortie de boucle :

```
8      while A(x) > k :
10     return x
```

2. On cherche le premier  $(x)$  du balayage tel que  $(\mathcal{A}(x) \leq 30)$ .  $(\mathcal{A}(4,;5) = 10 \ln 20,;25 \approx 30,;08 > 30)$  et  $(\mathcal{A}(4,;6) = 10 \ln 20,;04 \approx 29,;98 \leq 30)$ . L'instruction renvoie donc **4,6** (la machine affiche en réalité 4.599999999999998 à cause des erreurs d'arrondi des flottants).

3. Le maximum de  $(\mathcal{A})$  vaut environ  $(30,;56 < 35)$ . Donc  $(\mathcal{A}(3,;5) \leq 35)$  dès le départ : la condition  $(\mathcal{A}(x) > 35)$  est

fausse, la boucle ne s'exécute pas, et l'instruction renvoie **3,5**. L'aire est inférieure ou égale à 35 pour toutes les positions de M, donc la plus petite valeur est le début de l'intervalle.

**À retenir :** un produit « abscisse fois ordonnée » fait disparaître le dénominateur de  $\frac{1}{f}$ , ce qui simplifie l'étude de l'aire. Dans un algorithme de balayage, la condition du while est le contraire de la condition d'arrêt.

## Corrigé de l'exercice 4 : plans médiateurs et point équidistant

**1. a.** On calcule  $\overrightarrow{\text{AB}} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{\text{AC}} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ . Leurs coordonnées ne sont pas proportionnelles (par exemple  $\frac{-5}{-4} \neq \frac{2}{5}$ ), donc les vecteurs ne sont pas colinéaires : **A, B, C ne sont pas alignés.**

**b.** On teste D dans l'équation de (ABC) :

$(29 \times (-3) + 30 \times (-4) - 17 \times 6 = -87 - 120 - 102 = -309 \neq 35)$ . Le point D n'est pas dans le plan (ABC) : **A, B, C, D ne sont pas coplanaires.**

**2. a.** Le milieu de [AB] est

$$\left( \frac{4-1}{2}, \frac{-1+1}{2}, \frac{3-2}{2} \right) = \left( \frac{3}{2}, 0, \frac{1}{2} \right).$$

**b.** Le plan  $(P_1)$  est orthogonal à (AB), donc

$\overrightarrow{\text{BA}} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$  est un vecteur normal :  $(P_1)$  a une équation  $(5x - 2y + 5z + d = 0)$ . Il passe par le milieu de [AB] :  $(5 \times \frac{3}{2} - 0 + 5 \times \frac{1}{2} = 10)$ , donc  $(d = -10)$ . Une équation de  $(P_1)$  est  **$(5x - 2y + 5z = 10)$ .**

**3. a.** Pour  $M(x, y, z)$  :

$$MC^2 = x^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 8y - 10z + 41$$

$$MD^2 = (x+3)^2 + (y+4)^2 + (z-6)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 8y - 12z + 61$$

M est dans le plan médiateur  $(P_2)$  si et seulement si  $MC^2 = MD^2$ , soit  $(-8y - 10z + 41 = 6x + 8y - 12z + 61)$ , c'est-à-dire  $(-6x - 16y + 2z = 20)$ . En divisant par 2 :  **$(-3x - 8y + z = 10)$ .**

**b.** Des vecteurs normaux sont

$\overrightarrow{n_1} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{n_2} = \begin{pmatrix} -3 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Leurs coordonnées ne sont pas proportionnelles ( $\frac{5}{-3} \neq \frac{-2}{-8}$ ), donc ils ne sont pas colinéaires : **les plans  $(P_1)$  et  $(P_2)$  ne sont pas parallèles, donc sécants.**

**4.** On remplace dans les deux équations les coordonnées d'un point de  $(\Delta)$  : pour tout réel  $t$ ,

$$5(-2-1t)-2t+5(4+2t)=-10-9t \quad 5t-2t+20+11t=10$$

$$-3(-2-1t)-8t+(4+2t)=6+5t \quad 7t-8t+4+2t=10$$

Tous les points de  $(\Delta)$  sont donc dans  $(P_1)$  et dans  $(P_2)$ . Les deux plans étant sécants, leur intersection est une droite, et c'est  $(\Delta)$  :  **$(\Delta = P_1 \cap P_2)$** .

**5.** Un vecteur directeur de  $(\Delta)$  est

$\vec{d} \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}$  et un vecteur normal de  $(P_3)$  est  $\vec{n_3} \begin{pmatrix} 8 \\ -10 \\ -4 \end{pmatrix}$ . Alors :

$$\vec{d} \cdot \vec{n_3} = -15 - 10 - 4 = -29 \neq 0$$

Le vecteur directeur n'est pas orthogonal à la normale : la droite n'est pas parallèle au plan, donc  **$(\Delta)$  et  $(P_3)$  sont sécants.**

**6.** Supposons H équidistant de A, B, C, D. Alors  $(HA = HB)$ , donc H est dans  $(P_1)$  ;  $(HC = HD)$ , donc H est dans  $(P_2)$  ; ainsi H est sur  $(\Delta)$ . De plus  $(HA = HC)$ , donc H est dans  $(P_3)$ . Le point H appartient à  $(\Delta)$  et à  $(P_3)$  : or ces deux ensembles ont un seul point commun (question 5). **H est donc l'unique point d'intersection de  $(\Delta)$  et  $(P_3)$ .** Comme le sujet admet l'existence de H, c'est bien ce point.

En résolvant  $8(-2-1t)-10t-4(4+2t)=-15$ , on trouve  $t = -\frac{85}{172}$ , soit  $H \left( -\frac{365}{344}, -\frac{85}{172}, \frac{985}{344} \right)$ , pour ceux qui veulent les coordonnées.

**À retenir :** le plan médiateur d'un segment est l'ensemble des points équidistants de ses extrémités ; le point équidistant de quatre points non coplanaires est à l'intersection de trois plans médiateurs. Pour montrer qu'une droite coupe un plan, on vérifie que son vecteur directeur n'est pas orthogonal à la normale.