

Bac de maths 2026 Centres étrangers J2

Corrigé du bac de maths

Ce corrigé détaillé du sujet de spécialité de Centres étrangers, session 2026 (sujet J2), reprend les quatre exercices question par question. Tu y retrouves le calcul d'un plan, d'un angle et d'une distance dans l'espace, la méthode des probabilités totales avec un arbre pondéré, la loi binomiale et l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev pour encadrer une moyenne, l'étude d'une suite récurrente par le théorème de la limite monotone, puis une équation différentielle, deux intégrations par parties et un comptage de tangentes. Chaque raisonnement cite la propriété du programme utilisée, pour que tu puisses rédiger aussi proprement le jour de l'épreuve.

Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : plan, angle et distance dans l'espace
- Corrigé de l'exercice 2 : probabilités, loi binomiale et inégalité de concentration
- Corrigé de l'exercice 3 : suite définie par un logarithme et algorithme
- Corrigé de l'exercice 4 : équation différentielle, intégrale et tangentes

Corrigé de l'exercice 1 : plan, angle et distance dans l'espace

1. Trois points définissent un plan s'ils ne sont pas alignés, c'est-à-dire si $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ ne sont pas colinéaires. On calcule $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$. La première coordonnée de $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ est nulle alors que celle de $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ vaut 1 : aucun réel k ne vérifie $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = k \overrightarrow{\mathrm{AC}}$. **Les vecteurs ne sont pas colinéaires, donc A, B et C ne sont pas alignés et définissent un plan.**

2. Un vecteur est normal à un plan s'il est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires de ce plan. Le repère étant orthonormé, on utilise l'expression analytique du produit scalaire :

$$\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}} = 4 \times 1 + 4 \times 1 + 2 \times (-4) = 0 \quad \text{et} \quad \overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = 4 \times 0 + 4 \times 1 + 2 \times (-2) = 0.$$

Le vecteur $\overrightarrow{n}$ est orthogonal à $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et à $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$, qui sont non colinéaires d'après la question 1. **Donc $\overrightarrow{n}$ est normal au plan (ABC).**

3. Un plan de vecteur normal $\overrightarrow{n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ a une équation de la forme $(4x+4y+2z+d=0)$. Comme A appartient au plan, $(4 \times 1 + 4 \times 0 + 2 \times 3 + d = 0)$, soit $(10 + d = 0)$ et $(d = -10)$. Une équation du plan est $(4x+4y+2z-10=0)$; en divisant par 2, **(ABC) : $(2x+2y+z-5=0)$** .

4. On remplace les coordonnées de H dans l'équation : $(2 \times 0 + 2 \times 2 + 1 \times 5 = 0)$. L'égalité est vérifiée, donc **H appartient au plan (ABC)**.

5. On calcule le produit scalaire de deux façons. Avec

$\overrightarrow{\mathrm{AH}} = \begin{pmatrix} 0-1 \\ 2-0 \\ 1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$, les coordonnées donnent $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AH}} = 1 \times (-1) + 1 \times 2 + (-4) \times (-2) = 9$. Les normes valent $(\mathrm{AB} = \sqrt{1+1+16} = 3\sqrt{2})$ et $(\mathrm{AH} = \sqrt{1+4+4} = 3)$. Par ailleurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AH}} = \mathrm{AB} \times \mathrm{AH} \times \cos \widehat{\mathrm{BAH}} = 9\sqrt{2} \cos \widehat{\mathrm{BAH}}$. On en déduit $(9\sqrt{2} \cos \widehat{\mathrm{BAH}} = 9)$, donc $(\cos \widehat{\mathrm{BAH}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2})$. L'angle est entre (0°) et (180°) : **$(\widehat{\mathrm{BAH}} = 45^\circ)$** .

6. La droite (d) est orthogonale au plan (ABC), donc le vecteur normal $\overrightarrow{n}$ dirige (d) . Elle passe par H(0 ; 2 ; 1). Une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x=4t \\ y=2+4t \\ z=1+2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

7. H est sur (ABC) et sur la droite (d) perpendiculaire au plan : c'est le projeté orthogonal de tout point S de (d) sur le plan. La distance de S au plan est donc la longueur SH. Pour S de paramètre (t) , $\overrightarrow{\mathrm{HS}} = \begin{pmatrix} 4t \\ 4t \\ 2t \end{pmatrix}$ et $(\mathrm{SH} = \sqrt{16t^2 + 16t^2 + 4t^2} = \sqrt{36t^2} = 6|t|)$. La condition $(\mathrm{SH} = 6)$ donne $(|t| = 1)$, soit $(t = 1)$ ou $(t = -1)$. L'abscisse $(x_{\mathrm{S}} = 4t)$ doit être positive, donc $(t = 1)$. **S a pour coordonnées $(4, 6, 3)$** .

À retenir : un vecteur normal donne à la fois l'équation du plan et un vecteur directeur de la droite qui lui est orthogonale ; le produit scalaire, calculé en coordonnées puis avec le cosinus, fournit les angles.

Corrigé de l'exercice 2 : probabilités, loi binomiale et inégalité de concentration

Partie A

1. Les branches de premier niveau portent les proportions d'âge : $(P(J) = 0{,}21)$, $(P(M) = 0{,}46)$, $(P(S) = 0{,}33)$. Au second niveau, on lit les pourcentages de publication, puis on complète avec les événements contraires, dont la somme vaut 1 :

Branch	Probabilité de R	Probabilité de $\overline{R}$
J (0,21)	$P_J(R)=0,7$	$P_J(\overline{R})=0,3$
M (0,46)	$P_M(R)=0,46$	$P_M(\overline{R})=0,54$
S (0,33)	$P_S(R)=0,15$	$P_S(\overline{R})=0,85$

2. D'après la formule des probabilités composées, $P(M \cap R) = P(M) \times P_M(R) = 0,46 \times 0,46$. **$P(M \cap R) = 0,2116$** . Cela signifie que 21,16 % des personnes d'au moins 15 ans vivant en France ont entre 30 et 59 ans et ont déjà publié sur ce réseau social.

3.a. Les événements J , M et S forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = 0,21 \times 0,7 + 0,46 \times 0,46 + 0,33 \times 0,15 = 0,147 + 0,2116 + 0,0495 = 0,4081$$

Il y a donc **40,81 % de chances** que la personne ait déjà publié, soit environ 0,408 au millième.

3.b. On cherche $P_R(S) = \frac{P(S \cap R)}{P(R)} = \frac{0,33 \times 0,15}{0,4081} = \frac{0,0495}{0,4081}$. **$P_R(S) \approx 0,121$** .

Partie B

1. Il s'agit de 100 épreuves identiques et indépendantes, chacune de probabilité de succès 0,41. **X suit la loi binomiale de paramètres $(n=100)$ et $(p=0,41)$** .

2. Au moins la moitié des 100 personnes, c'est $X \geq 50$. À la calculatrice (fonction de répartition de la loi binomiale), $P(X \geq 50) = 1 - P(X \leq 49)$. **$P(X \geq 50) \approx 0,403$** .

3. $E(X) = np = 100 \times 0,41 = 41$. Si l'on répétait ce sondage de 100 personnes un très grand nombre de fois, on trouverait en moyenne 41 personnes ayant déjà publié par sondage.

Partie C

Les variables $X_1, \dots, X_{150}$ sont indépendantes et suivent toutes la loi de X . On a $E(X) = 41$ et $V(X) = np(1-p) = 100 \times 0,41 \times 0,59 = 24,19$. Donc :

$$E(Y) = \frac{150 \times 41}{150} = 41 \quad \text{et} \quad V(Y) = \frac{150 \times 24,19}{150^2} = \frac{24,19}{150}$$

L'événement $(37 \leq Y \leq 45)$ s'écrit $(-4 \leq Y - 41 \leq 4)$, c'est-à-dire $(|Y - E(Y)| \leq 4)$. Son contraire est $(|Y - E(Y)| \geq 4)$. L'inégalité de Bienaymé-Tchebychev avec $(t=4)$ donne :

$$P(|Y-41| \geq 4) \leq \frac{V(Y)}{4^2} = \frac{24,19}{150 \times 16} = \frac{24,19}{2400} \approx 0,0101.$$

On en déduit $P(37 \leq Y \leq 45) = 1 - P(|Y-41| \geq 4) \geq 1 - 0,0101 = 0,9899$. Comme $0,9899 > 0,98$, **la probabilité que (Y) soit strictement comprise entre 37 et 45 est strictement supérieure à 98 %.**

À retenir : pour une probabilité d'une réunion de cas, on utilise l'arbre et les probabilités totales ; pour une moyenne d'échantillon, on calcule $(E(Y))$ et $(V(Y))$ puis on applique l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Corrigé de l'exercice 3 : suite définie par un logarithme et algorithme

Partie A

1. La fonction $(f = \ln(u))$ avec $(u(x) = 3x^2 + 2x)$ a pour dérivée $(f' = \frac{u'}{u})$, soit $(f'(x) = \frac{6x+2}{3x^2+2x})$. Sur $[2, ; +\infty[$, on a $(6x+2 > 0)$ et $(3x^2+2x > 0)$, donc $(f'(x) > 0)$. **La fonction (f) est strictement croissante sur $[2, ; +\infty[$.**

2.a. La fonction (g) est dérivable donc continue, et strictement décroissante sur $[2, ; +\infty[$. On a $(g(2) = \ln(16) - 2 \approx 0,77 > 0)$ et $(\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty)$, donc (g) prend des valeurs positives et négatives, et en particulier la valeur 0. D'après le théorème de la bijection, **l'équation $(g(x) = 0)$ admet une unique solution (α) dans $[2, ; +\infty[$.**

2.b. À la calculatrice, **$(\alpha \approx 4,05)$** (on trouve $(\alpha \approx 4,047)$).

2.c. (g) est strictement décroissante et s'annule en (α) : elle est positive avant (α) et négative après.

(x)	2	(α)	$(+\infty)$
Signe de $(g(x))$	+	0	-

Partie B

1. Démontrons par récurrence la propriété (P_n) : « $(2 \leq a_n \leq \alpha)$ ».

Initialisation. L'énoncé donne $(2 \leq a_0 \leq \alpha)$, donc (P_0) est vraie.

Hérédité. Soit (n) un entier naturel tel que $(2 \leq a_n \leq \alpha)$. La fonction (f) est croissante sur $[2, ; +\infty[$, donc $(f(2) \leq f(a_n) \leq f(\alpha))$. Or $(f(a_n) = a_{n+1})$, $(f(2) = \ln 16 \approx 2,77 \geq 2)$ et $(f(\alpha) = \alpha)$ puisque $(g(\alpha) = 0)$. Ainsi $(2 \leq a_{n+1} \leq \alpha) : (P_{n+1})$ est vraie.

Conclusion. (P_n) est vraie pour tout entier naturel $(n) : (2 \leq a_n \leq \alpha)$.

$a_n \leq \alpha$).

2. Pour tout entier n , $a_{n+1} - a_n = f(a_n) - a_n = g(a_n)$. D'après la question précédente ($a_n \in [2, \alpha]$), intervalle sur lequel g est positive (tableau de signes). Donc $a_{n+1} - a_n \geq 0$: **la suite (a_n) est croissante**.

3. La suite (a_n) est croissante et majorée par α . D'après le théorème de convergence monotone, **elle converge** vers une limite ℓ , avec $2 \leq \ell \leq \alpha$.

4. On a $a_{n+1} = f(a_n)$ avec f continue sur $[2, +\infty[$, et ℓ appartient à cet intervalle. En passant à la limite, $\ell = f(\ell)$, donc $g(\ell) = 0$. L'équation $g(x) = 0$ n'a qu'une solution dans $[2, +\infty[$, donc **$\ell = \alpha$** .

Partie C

1. Avec $a_0 = 2$, la partie B s'applique : $a_n \leq \alpha$ pour tout n . La suite (b_n) est strictement décroissante et converge vers α : ses termes sont donc tous supérieurs à sa limite, $b_n \geq \alpha$. Ainsi $a_n \leq \alpha \leq b_n$, et **$a_n \leq b_n$** .

2.a. Le script calcule simultanément a_n et b_n et s'arrête dès que $b_n - a_n \leq 10^{-p}$. En l'exécutant (ou à la calculatrice) pour $p = 2$, l'écart $b_n - a_n$ passe sous 0,01 au rang 9 : $a_9 \approx 4,044$ et $b_9 \approx 4,050$, écart $\approx 0,006$. **L'instruction `algo(2)` renvoie $(9, 4,044)$** .

2.b. Le nombre 9 est le plus petit rang n pour lequel $b_n - a_n \leq 0,01$. Comme $a_n \leq \alpha \leq b_n$, on obtient l'encadrement $a_9 \leq \alpha \leq b_9$, d'amplitude inférieure à $0,01$: **$(4,044)$ est une valeur approchée de α par défaut à 10^{-2} près**, atteinte après 9 itérations.

À retenir : pour une suite $u_{n+1} = f(u_n)$, on borne les termes par récurrence grâce aux variations de f , on étudie le signe de $f(x) - x$ pour la monotonie, puis la limite est un point fixe de f .

Corrigé de l'exercice 4 : équation différentielle, intégrale et tangentes

Partie A

Ici $f(x) = e^{-x}(x-1)(x-2)$ (on le montre en partie B), donc f s'annule en 1 et en 2 : c'est **$(\text{mathcal{C}}_1)$** , la courbe pointillée rouge. Ses variations sont données par le signe de f' : **$(\text{mathcal{C}}_1)$** est décroissante puis croissante puis décroissante, avec des extrêmes vers $x \approx 1,4$ et $x \approx 3,6$; c'est là que la courbe verte **$(\text{mathcal{C}}_3)$** change de signe. Donc **f' correspond à $(\text{mathcal{C}}_3)$** . Enfin les variations de f' sont données par le signe de f'' : **$(\text{mathcal{C}}_3)$** a ses extrêmes en $x = 2$ et en $x = 5$, là où la courbe bleue **$(\text{mathcal{C}}_2)$** s'annule en

changeant de signe. Donc (f'') correspond à $(\mathcal{C}_2)$.

Partie B

1. Pour tout réel (x) , $(g'(x) = (2x-3)\mathrm{e}^{-x} - \left(x^2-3x\right)\mathrm{e}^{-x} - x) = \left(-x^2+5x-3\right)\mathrm{e}^{-x})$. Alors :

$$[g'(x) + g(x) = \left(-x^2+5x-3+x^2-3x\right)\mathrm{e}^{-x} = (2x-3)\mathrm{e}^{-x}.]$$

La fonction (g) est donc solution particulière de $((E))$.

2. L'équation $(y' + y = 0)$ s'écrit $(y' = -y)$. Ses solutions sont les fonctions $(x \mapsto C\mathrm{e}^{-x})$, avec $(C \in \mathbb{R})$.

3. Les solutions de $((E))$ sont la somme d'une solution particulière et des solutions de l'équation homogène : $(x \mapsto C\mathrm{e}^{-x} - x) + \left(x^2-3x\right)\mathrm{e}^{-x})$, avec $(C \in \mathbb{R})$.

4. La condition $(f(0) = 2)$ donne $(C \times 1 + 0 = 2)$, donc $(C = 2)$. Ainsi $(f(x) = 2\mathrm{e}^{-x} + \left(x^2-3x\right)\mathrm{e}^{-x})$, soit $(f(x) = \left(x^2-3x+2\right)\mathrm{e}^{-x})$.

Partie C

1. Comme $(\mathrm{e}^{-x} > 0)$, le signe de $(f(x))$ est celui de $(x^2-3x+2 = (x-1)(x-2))$. Ce trinôme, de coefficient dominant positif, est négatif entre ses racines 1 et 2.

(x)	$(-\infty)$	1	2	$(+\infty)$
Signe de $(f(x))$	+	0 -	0	+

Autrement dit : $(f(x) > 0)$ sur $(]-\infty, 1[)$ et sur $(]2, +\infty[)$, $(f(x) < 0)$ sur $(]1, 2[)$, et $(f(1) = f(2) = 0)$.

2.a. En $(-\infty)$, $(\mathrm{e}^{-x} \rightarrow +\infty)$ et $(x^2-3x+2 \rightarrow +\infty)$. Par produit, $(\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty)$.

2.b. Pour $(x \neq 0)$, $(f(x) = \frac{x^2}{\mathrm{e}^x} \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}\right))$. Par croissances comparées, $(\frac{x^2}{\mathrm{e}^x} \rightarrow 0)$ quand $(x \rightarrow +\infty)$, et la parenthèse tend vers 1. Donc $(\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0)$.

3.a. Première intégration par parties avec $(u(x) = x^2-3x+2)$, $(u'(x) = 2x-3)$, $(v'(x) = \mathrm{e}^{-x})$ et $(v(x) = -\mathrm{e}^{-x})$:

$$[I = \Big[-\left(x^2-3x+2\right)\mathrm{e}^{-x}\Big]_0^1 + \int_0^1 (2x-3)\mathrm{e}^{-x} - x) \mathrm{e}^{-x} dx.]$$

Le crochet vaut $(-0 \times \mathrm{e}^{-1} + 2 \times 1 = 2)$. Donc $(I = 2 + J)$ avec $J = \int_0^1 (2x-3) \mathrm{e}^{-x} dx$.

Seconde intégration par parties avec $(u(x) = 2x-3)$, $(u'(x) = 2)$ et $(v(x) = -\mathrm{e}^{-x})$:

$$J = \left[-(2x-3) \mathrm{e}^{-x} \right]_0^1 + 2 \int_0^1 \mathrm{e}^{-x} dx \\ J = \left[-(2x-3) \mathrm{e}^{-x} \right]_0^1 + 2 \left[-\mathrm{e}^{-x} \right]_0^1 = -1 \mathrm{e}^{-1} - 3 + 2 - 2 \mathrm{e}^{-1} = -1 \mathrm{e}^{-1}.$$

On conclut : $(I = 2 + J = 1 - \mathrm{e}^{-1})$, c'est-à-dire $(I = 1 - \frac{1}{\mathrm{e}})$.

3.b. Sur $([0, 1])$, (f) est positive d'après la question 1. L'intégrale (I) est donc **l'aire, en unités d'aire, du domaine limité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $(x=0)$ et $(x=1)$** ; elle vaut environ 0,63.

Partie D

1. La tangente (T_a) a pour équation $(y = f'(a)(x-a) + f(a))$. Elle coupe l'axe des ordonnées en $(x=0)$, au point d'ordonnée $(f(a) - af'(a))$. Dérivons (f) : $(f'(x) = (2x-3) \mathrm{e}^{-x} - (x^2-3x+2) \mathrm{e}^{-x} = (-x^2+5x-5) \mathrm{e}^{-x})$.
Donc :

$$f(a) - af'(a) = (a^2-3a+2) \mathrm{e}^{-a} - a(-a^2+5a-5) \mathrm{e}^{-a} \\ = (a^3-4a^2+2a+2) \mathrm{e}^{-a}.$$

2. La tangente (T_a) passe par l'origine si et seulement si son ordonnée à l'origine est nulle. Comme $(\mathrm{e}^{-a} > 0)$, cela équivaut à $(h(a) = 0)$, où $(h(x) = x^3-4x^2+2x+2)$. Il faut donc compter les solutions de $(h(x) = 0)$.

Limites : $(h(x) = x^3 \left(1 - \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right))$ tend vers $(-\infty)$ en $(-\infty)$ et vers $(+\infty)$ en $(+\infty)$.

Variations : $(h'(x) = 3x^2-8x+2)$, de discriminant $(\Delta = 64-24=40 > 0)$. Les racines sont $(x_1 = \frac{4-\sqrt{10}}{3} \approx 0,28)$ et $(x_2 = \frac{4+\sqrt{10}}{3} \approx 2,39)$, et (h') est positive à l'extérieur des racines. On calcule $(h(x_1) = \frac{20\sqrt{10}-2}{27} > 0)$ et $(h(x_2) = \frac{-20\sqrt{10}-2}{27} < 0)$.

(x)	$(-\infty)$	(x_1)	(x_2)	$(+\infty)$
Signe de $(h'(x))$	+	0 -	0	+
Variations de (h)	$(-\infty)$ croît	$(h(x_1) > 0)$ décroît	$(h(x_2) < 0)$ croît	$(+\infty)$

Sur $(]-\infty, x_1])$, (h) est continue, strictement croissante, de limite $(-\infty)$ à $(h(x_1) > 0)$: elle s'annule exactement une fois. Sur $([x_1, x_2])$, elle est continue,

strictement décroissante, de $h(x_1) > 0$ à $h(x_2) < 0$: une seule annulation. Sur $[x_2; +\infty[$, elle est continue, strictement croissante, de $h(x_2) < 0$ à $+\infty$: une seule annulation. D'après le théorème des valeurs intermédiaires (cas strictement monotone), **$h(x)=0$ a exactement 3 solutions (environ $-0{,}48$, $1{,}31$ et $3{,}17$)), donc 3 tangentes à $(\mathcal{C}_f)$ passent par l'origine.**

À retenir : l'équation d'une tangente donne son ordonnée à l'origine ; pour dénombrer les solutions d'une équation, on étudie les variations de la fonction et on applique le théorème des valeurs intermédiaires sur chaque intervalle de monotonie.