

Bac de maths 2026 France J1

Corrigé du bac de maths

Ce corrigé du sujet 1 de spécialité maths, France métropolitaine, 16 juin 2026, reprend les quatre exercices pas à pas. Tu y verras comment remplir un arbre pondéré et utiliser l'espérance et la variance d'une somme de variables indépendantes, puis comment arriver à 320 familles avec l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev. Tu retrouveras aussi le plan médiateur, le dénombrement des codes d'un digicode, la résolution d'une équation différentielle avec condition initiale, une récurrence, une limite de suite et enfin une étude de fonction avec logarithme terminée par une aire. **Compare ta copie** avec chaque justification.

Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : arbre pondéré, espérance, variance et inégalité de Bienaymé-Tchebychev
- Corrigé de l'exercice 2 : géométrie dans l'espace et dénombrement
- Corrigé de l'exercice 3 : équation différentielle et suite récurrente (chauffage)
- Corrigé de l'exercice 4 : étude d'une fonction avec logarithme et calcul d'aire

Corrigé de l'exercice 1 : arbre pondéré, espérance, variance et inégalité de Bienaymé-Tchebychev

Partie A

1. a. L'énoncé indique que 75 % des familles réservent une cabine : $(P(C)=0{,}75)$.

1. b. On place d'abord les données de l'énoncé : $(P(V)=0{,}3)$, donc $(P(\overline{V})=1-0{,}3=0{,}7)$. Parmi les familles qui réservent un emplacement, 80 % prennent une cabine : $(P_V(C)=0{,}8)$, donc $(P_V(\overline{C})=1-0{,}8=0{,}2)$. Les quatre pointillés sont donc, dans l'ordre de l'arbre : **0,3 ; 0,8 ; 0,2 ; 0,7** (branche (V) , branche (V) vers (C) , branche (V) vers $(\overline{C})$, branche $(\overline{V})$).

2. On multiplie les probabilités le long du chemin (V) puis (C) :

$$[P(V \cap C) = P(V) \times P_V(C) = 0{,}3 \times 0{,}8 = 0{,}24.]$$

La probabilité cherchée est **0,24**.

3. On cherche $(P_C(V))$. Par définition d'une probabilité conditionnelle :

$$[P_C(V) = \frac{P(C \cap V)}{P(C)} = \frac{0{,}24}{0{,}75} = 0{,}32.]$$

Sachant qu'une famille a réservé une cabine, la probabilité qu'elle ait aussi un

emplacement pour un véhicule est **0,32**.

4. Les événements (V) et $(\overline{V})$ forment une partition de l'univers, donc la formule des probabilités totales donne $(P(C)=P(C\cap V)+P(C\cap \overline{V}))$. On en tire :

$$P(C\cap \overline{V})=0,75-0,24=0,51.$$

Puis :

$$P_{\overline{V}}(C)=\frac{P(\overline{V}\cap C)}{P(\overline{V})}=\frac{0,51}{0,7}=\frac{51}{70}\approx 0,73.$$

Donc $(P_{\overline{V}}(C)\approx 0,73)$. Cela signifie qu'environ 73 % des familles qui n'ont pas réservé d'emplacement pour un véhicule ont tout de même réservé une cabine.

Partie B

1. On applique les définitions. Pour l'espérance :

$$E(X)=0\times 0,19+70\times 0,06+100\times 0,51+170\times 0,24=0+4,2+51+40,8=96.$$

Pour la variance, on utilise $(V(X)=\sum p_i(x_i-E(X))^2)$:

$$V(X)=0,19\times 96^2+0,06\times 26^2+0,51\times 4^2+0,24\times 74^2=1,751+0,4+0,56+8,16+1,314=3,114.$$

On retrouve bien $(E(X)=96)$ et $(V(X)=3,114)$.

2. a. Avant la remise, une famille paie $(X+Y)$ euros (suppléments et extras). Une remise de 40 % revient à payer 60 % du prix, c'est-à-dire à le multiplier par $(1-0,4=0,6)$. Ainsi $(Z=0,6(X+Y))$.

2. b. Par linéarité de l'espérance :

$$E(Z)=0,6(E(X)+E(Y))=0,6\times(96+104)=0,6\times 200=120.$$

Comme (X) et (Y) sont indépendantes,

$(V(X+Y)=V(X)+V(Y))$. Et multiplier une variable par 0,6 multiplie sa variance par $(0,6^2)$:

$$V(Z)=0,6^2\times(3,114+1,686)=0,36\times 4,8=1,728.$$

On a donc $(E(Z)=120)$ et $(V(Z)=1,728)$.

3. a. Les (Z_i) ont toutes l'espérance 120, donc par linéarité :

$$\mathrm{E}(M_n) = \frac{1}{n} \left(\mathrm{E}(Z_1) + \dots + \mathrm{E}(Z_n) \right) = \frac{n \times 120}{n} = 120.$$

Les (Z_i) sont indépendantes de variance 1 728 chacune, donc la variance de leur somme est la somme des variances, et le facteur $\frac{1}{n}$ devient $\frac{1}{n^2}$:

$$\mathrm{V}(M_n) = \frac{1}{n^2} \times n \times 1\,728 = \frac{1\,728}{n}.$$

3. b. L'inégalité de Bienaymé-Tchebychev dit que, pour tout réel $t > 0$, $P(|M_n - \mathrm{E}(M_n)| \geq t) \leq \frac{\mathrm{V}(M_n)}{t^2}$. Ici $\mathrm{E}(M_n) = 120$, et l'évènement $(114 \leq M_n \leq 126)$ équivaut à $(|M_n - 120| \leq 6)$. Son contraire est $(|M_n - 120| \geq 6)$, d'où avec $t = 6$:

$$P(|M_n - 120| \geq 6) \leq \frac{1\,728}{36n} = \frac{48}{n}.$$

Donc :

$$P(114 \leq M_n \leq 126) = 1 - P(|M_n - 120| \geq 6) \geq 1 - \frac{48}{n}.$$

Il suffit donc que $(1 - \frac{48}{n}) \geq 0,85$, c'est-à-dire $\frac{48}{n} \leq 0,15$, soit $(n \geq \frac{48}{0,15} = 320)$ (on a multiplié par $(n > 0)$). Le plus petit entier est **$(n = 320)$** .

Interprétation : avec un échantillon d'au moins 320 familles, on peut garantir qu'avec une probabilité d'au moins 85 %, le prix moyen payé (suppléments et extras après remise) est compris strictement entre 114 € et 126 €.

À retenir : pour une moyenne de (n) variables indépendantes de même loi, l'espérance reste la même et la variance est divisée par (n) ; Bienaymé-Tchebychev s'applique alors à l'évènement contraire d'un écart d'au moins (t) autour de l'espérance.

Corrigé de l'exercice 2 : géométrie dans l'espace et dénombrement

Affirmation 1 : vraie. Un vecteur normal au plan $(\mathcal{P})$ se lit sur son équation : $\vec{n} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$. Par ailleurs $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2-3 \\ 1-0 \\ -3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$. Ces deux vecteurs sont égaux : la droite (AB) est donc orthogonale au plan $(\mathcal{P})$. Le milieu de [AB] est $I(\frac{3+2}{2}, \frac{0+1}{2}, \frac{2-3}{2}) = I(2,5; 0,5; -0,5)$. On teste dans l'équation du plan :

$$-2 \times 5 + 0 \times 5 - 5 \times (-0,5) - 0 \times 5 = -2 \times 5 + 0 \times 5 + 2 \times 5 - 0 \times 5 = 0.$$

I appartient donc à $(\mathcal{P})$. Les deux propriétés sont vérifiées : l'affirmation est

vraie.

Affirmation 2 : fausse. La droite (d) a pour vecteur directeur $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et (AB) a pour vecteur directeur $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$. Ces vecteurs ne sont pas colinéaires (les premières coordonnées donnent un rapport (-1) , mais pas les troisièmes : $\frac{-5}{-2} \neq -1$). Les droites ne sont donc pas parallèles ; il reste à voir si elles ont un point commun. Une représentation de (AB) est $(x=3-s, y=s, z=2-5s)$. Un point commun correspond à un couple (s, t) tel que :

$$\begin{cases} 3-s=t \\ s=-1 \\ 5-t=2-5s=2-2t \end{cases}$$

En remplaçant t par $(3-s)$ dans la deuxième équation, on obtient $(s=-1, 5-3+s)$, soit $(0=-4, 5)$, ce qui est impossible. Le système n'a pas de solution : les droites n'ont aucun point commun et ne sont pas parallèles. Elles ne sont donc pas sécantes (elles sont non coplanaires). L'affirmation est **fausse**.

Affirmation 3 : vraie. Avec $(\mathrm{C})(1, 5, -3, -1)$, on obtient $\vec{\mathrm{CA}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{\mathrm{CB}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Le repère est orthonormé, donc :

$$\vec{\mathrm{CA}} \cdot \vec{\mathrm{CB}} = 1 \times 0 + 5 \times 5 + 3 \times 4 + 3 \times (-2) = 0 + 25 + 12 - 6 = 31$$

Les longueurs sont $\mathrm{CA} = \sqrt{1^2 + 5^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ et $\mathrm{CB} = \sqrt{0^2 + 5^2 + 4^2 + (-2)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$. Comme $\vec{\mathrm{CA}} \cdot \vec{\mathrm{CB}} = \mathrm{CA} \times \mathrm{CB} \times \cos \widehat{\mathrm{ACB}}$, on a :

$$\cos \widehat{\mathrm{ACB}} = \frac{31}{5\sqrt{2} \times 3\sqrt{5}} = \frac{31}{15\sqrt{10}}$$

Donc $\widehat{\mathrm{ACB}} = \arccos \frac{31}{15\sqrt{10}} \approx 70,53^\circ$, soit **70,5° à (10⁻¹) près** : l'affirmation est **vraie**.

Affirmation 4 : vraie. Les codes sont équiprobables, il suffit donc de comparer le nombre de codes possibles : moins il y en a, plus la chance de tomber sur le bon est grande.

Pour la porte B (Titouan), un code est un ensemble de 4 symboles différents parmi 8, sans ordre : $\binom{8}{4} = 70$ codes, donc une probabilité de $\frac{1}{70}$.

Pour la porte A (Clotilde), l'ordre compte : on choisit successivement 3 symboles différents, ce qui donne $8 \times 7 \times 6 = 336$ codes, donc une probabilité de $\frac{1}{336}$.

Comme $\frac{1}{70} > \frac{1}{336}$, Titouan a bien plus de chances d'ouvrir sa porte : l'affirmation est **vraie**.

À retenir : pour montrer que deux droites de l'espace ne sont pas sécantes, vérifie d'abord

la colinéarité des directions, puis cherche un point commun avec deux paramètres différents ; et en dénombrement, demande-toi toujours si l'ordre compte (arrangement) ou non (combinaison).

Corrigé de l'exercice 3 : équation différentielle et suite récurrente (chauffage)

Partie A

1. L'équation (E) est de la forme $(y' = ay + b)$ avec $(a = -0,35)$ et $(b = 0,91)$. Une solution constante vérifie $(0 = ay + b)$, soit $(y = -\frac{b}{a} = \frac{0,91}{0,35} = 26)$. Les solutions de (E) sont donc les fonctions $(t \mapsto C \mathrm{e}^{-0,35t} + 26)$, avec (C) réel quelconque.

2. Comme (T) est solution de (E) , il existe un réel (C) tel que $(T(t) = C \mathrm{e}^{-0,35t} + 26)$. La condition $(T(0) = 18)$ donne $(C + 26 = 18)$, donc $(C = -8)$. Ainsi $(T(t) = 26 - 8 \mathrm{e}^{-0,35t})$.

3. On résout $(T(t) = 20)$:

$$[26 - 8 \mathrm{e}^{-0,35t} = 20 \iff \mathrm{e}^{-0,35t} = \frac{6}{8} = 0,75 \iff -0,35t = \ln 0,75 \iff t = \frac{\ln 0,75}{-0,35} \approx 8,22.]$$

Le temps étant en dizaines de minutes, cela fait environ 82,2 minutes, soit **1 h 22 min** à la minute près.

4. Pour tout $(t \geq 0)$, $(\mathrm{e}^{-0,35t} > 0)$, donc $(-8 \mathrm{e}^{-0,35t} < 0)$ et $(T(t) < 26)$. La température reste toujours strictement inférieure à 26 °C (elle tend vers 26 quand (t) tend vers $(+\infty)$). Elle ne pourra donc **pas dépasser 28 °C** selon ce modèle.

Partie B

1. Avec $(n = 0)$: $(u_1 = 0,965 \times 20 + 0,35 \times 0,7 = 19,3 + 0,245 = 19,545)$.

2. On démontre par récurrence la propriété (P_n) : « $(u_n > 10)$ ».

Initialisation : $(u_0 = 20 > 10)$, donc (P_0) est vraie.

Hérédité : on suppose $(u_n > 10)$ pour un entier (n) fixé. Comme $(0,965 > 0)$, $(0,965 u_n > 9,65)$, donc $(0,965 u_n + 0,35 > 10)$. Or $(0,7 \times \mathrm{e}^{-0,1n} > 0)$, donc $(u_{n+1} = 0,965 u_n + 0,35 + 0,7 \times \mathrm{e}^{-0,1n} > 10)$. La propriété (P_{n+1}) est vraie.

Conclusion : par récurrence, $(u_n > 10)$ pour tout entier naturel (n) .

3. La suite $((u_n))$ est décroissante (admis) et minorée par 10 : d'après le théorème de convergence monotone, elle **converge**.

4. a. Si $((u_n))$ tend vers ℓ , alors $((u_{n+1}))$ tend aussi vers ℓ . Dans la relation de récurrence, $0.965u_n$ tend vers 0.965ℓ , et $e^{-0.1n}$ tend vers 0 car $(-0.1n)$ tend vers $-\infty$. Par unicité de la limite, $\ell = 0.965\ell + 0.35$: **ℓ est solution de $x = 0.965x + 0.35$** .

4. b. On résout : $(x - 0.965x = 0.35)$, soit $(0.035x = 0.35)$, donc **$\ell = 10$** . Si le chauffage restait éteint très longtemps, la température de la pièce se rapprocherait de 10 °C et s'y stabiliserait.

5. a. Le chauffage repart dès que $(u \leq 18)$: on continue donc à calculer tant que $(u > 18)$. Version complète :

```
from math import exp

def marche() :
    n = 0
    u = 20
    while u > 18 :
        u = 0.965*u + 0.35 + 0.07*exp(-0.1*n)
        n = n + 1
    return n
```

Ligne 4 : $u > 18$; ligne 5 : $u = 0.965*u + 0.35 + 0.07*exp(-0.1*n)$ (le calcul se fait avec l'ancienne valeur de (n)) ; ligne 6 : $n = n + 1$.

5. b. On calcule les termes successifs : $(u_6 \approx 18.38)$, $(u_7 \approx 18.12)$ (encore supérieurs à 18), puis $(u_8 \approx 17.87 < 18)$. La boucle s'arrête quand $(n=8)$: le chauffage se remet en marche au bout de **8 dizaines de minutes**, soit 80 minutes.

À retenir : une équation $(y' = ay + b)$ se résout en cherchant d'abord la solution constante $(-\frac{b}{a})$; pour la limite d'une suite, on passe à la limite dans la relation de récurrence, après avoir prouvé la convergence.

Corrigé de l'exercice 4 : étude d'une fonction avec logarithme et calcul d'aire

Partie A

1. Le point $(A(0;1))$ est sur la courbe, donc $(f(0)=1)$. Or $(f(0)=a+\frac{b}{\ln 1}=a)$ car $(\ln 1=0)$. Donc **$(a=1)$** .

2. a. Le nombre dérivé $(f'(0))$ est le coefficient directeur de la tangente (T_{A}) en A. Sur le graphique, cette droite passe par $A(0;1)$ et par le point

Fiche en ligne : maths-facile.eu/corrige-bac-maths-2026-metropole-j1/ · Cours, exercices et contrôles corrigés sur

de coordonnées $((1, 5))$. Son coefficient directeur est $\frac{5-1}{1-0}=4$. Donc $(f'(0)=4)$.

2. b. Autour de $(x=1)$, la courbe est située sous ses tangentes : elle est concave (tournée vers le bas). Or une fonction concave a une dérivée seconde négative ou nulle. Donc $(f''(1) \leq 0)$.

3. a. On dérive le quotient $\frac{u}{v}$ avec $(u(x)=b \ln(x+1))$ et $(v(x)=x+1)$, donc $(u'(x)=\frac{b}{x+1})$ et $(v'(x)=1)$:

$$f'(x) = \frac{\frac{b}{x+1} \times (x+1) - b \ln(x+1) \times 1}{(x+1)^2} = \frac{b - b \ln(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{b(1 - \ln(x+1))}{(x+1)^2}$$

3. b. Avec $(x=0)$: $(f'(0) = \frac{b(1 - \ln 1)}{1} = b)$. Comme $(f'(0)=4)$, on obtient $(b=4)$.

Partie B

1. Par croissances comparées, $\lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{\ln y}{y} = 0$. En posant $(y=x+1)$, qui tend vers $(+\infty)$ quand (x) tend vers $(+\infty)$, on a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{x+1} = 0$, donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 + 4 \times 0 = 1$. La droite d'équation $(y=1)$ est donc asymptote horizontale à la courbe en $(+\infty)$.

2. On a $(1 - \ln(x+1) > 0 \iff \ln(x+1) < 1 \iff x+1 < \mathrm{e})$ (l'exponentielle est strictement croissante) $(\iff x < \mathrm{e} - 1)$. Sur $(]-1, +\infty[)$, l'ensemble des solutions est $(]-1, \mathrm{e}-1[)$.

3. D'après la partie A, $(f'(x) = \frac{4(1 - \ln(x+1))}{(x+1)^2})$. Le facteur $(\frac{4}{(x+1)^2})$ est strictement positif, donc $(f'(x))$ a le signe de $(1 - \ln(x+1))$: positif sur $(]-1, \mathrm{e}-1[)$, nul en $(\mathrm{e}-1)$, négatif au-delà. L'extremum est un maximum :

$$f(\mathrm{e}-1) = 1 + \frac{4 \ln \mathrm{e}}{\mathrm{e}} = 1 + \frac{4}{\mathrm{e}}$$

(x)	(-1)		$(\mathrm{e}-1)$		$(+\infty)$
Signe de $(f'(x))$		$(+)$	(0)	$(-)$	
Variations de (f)	$(-\infty)$	croissante	$(1 + \frac{4}{\mathrm{e}})$	décroissante	(1)

Le maximum de (f) vaut $(1 + \frac{4}{\mathrm{e}})$ (environ 2,47).

4. Comme $(\mathrm{e} < 3)$, on a $(\mathrm{e}-1 < 2)$: sur $([2, +\infty[)$, la fonction (f) est continue et strictement décroissante. Elle prend la valeur $(f(2) = 1 + \frac{4 \ln 3}{3} \approx 2,46)$ en 2 et tend vers 1 en $(+\infty)$. Comme $(1 < 1,5 < 2,46)$, le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires (cas strictement monotone) montre que

l'équation $f(x)=1,5$ a **une unique solution** dans $[2,;+\infty[$. À la calculatrice (par balayage ou dichotomie), on trouve $f(25)\approx 1,50$ et la solution vaut environ 25,09, soit **25,1** à 10^{-1} près.

5. a. Posons $u(x)=\ln(x+1)$, de dérivée $u'(x)=\frac{1}{x+1}$. Alors $\frac{\ln(x+1)}{x+1}=u'(x)u(x)$, qui est la dérivée de $\frac{1}{2}u(x)^2$. Donc :

$$\int_0^2 \frac{\ln(x+1)}{x+1} \mathrm{d}x = \left[\frac{1}{2} (\ln(x+1))^2 \right]_0^2 = \frac{1}{2} (\ln 3)^2 - \frac{1}{2} (\ln 1)^2 = \frac{1}{2} (\ln 3)^2.$$

5. b. Sur $[0,;2]$, $f(x) \geq 1 > 0$ (le logarithme est positif pour $x \geq 0$) : l'aire du domaine est l'intégrale de f entre 0 et 2. Par linéarité :

$$\mathcal{A} = \int_0^2 \left(1 + \frac{4\ln(x+1)}{x+1} \right) \mathrm{d}x = 2 + 4 \times \frac{1}{2} (\ln 3)^2 = 2 + 2(\ln 3)^2.$$

L'aire vaut **$(2+2(\ln 3)^2)$** unités d'aire, soit environ 4,41.

À retenir : une expression de la forme $u'(x)u(x)$ s'intègre en $\frac{1}{2}u(x)^2$; et pour étudier les variations d'un quotient avec logarithme, factorise la dérivée en un facteur de signe évident par un facteur dont tu résous l'inéquation.