

Bac de maths 2026 France J2

Corrigé du bac de maths

Ce corrigé du sujet de spécialité mathématiques, Métropole, jour 2, session du 17 juin 2026, reprend les quatre exercices pas à pas. Tu y verras comment prouver qu'un vecteur est normal à un plan et calculer le volume d'un tétraèdre, comment passer d'une suite à une équation différentielle pour modéliser une pollution, comment justifier un vrai ou faux avec la loi binomiale et Bienaymé-Tchebychev, et comment mener une étude de fonction avec une intégration par parties. **Compare chaque étape avec ta copie** : les justifications attendues au bac sont détaillées, avec **les théorèmes cités** et les valeurs exactes avant les arrondis.

Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : plan, projeté orthogonal et volume d'un tétraèdre
- Corrigé de l'exercice 2 : pollution d'un bassin, suite et équation différentielle
- Corrigé de l'exercice 3 : vrai ou faux sur les musiciens professionnels
- Corrigé de l'exercice 4 : étude d'une fonction exponentielle et porte-clé

Corrigé de l'exercice 1 : plan, projeté orthogonal et volume d'un tétraèdre

1. Calculons les coordonnées de deux vecteurs du plan :

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3-2 \\ -2-1 \\ 0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ et

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 0-2 \\ -1-1 \\ 1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Si ces vecteurs étaient colinéaires, il existerait un réel λ tel que

$\overrightarrow{AC} = \lambda \overrightarrow{AB}$. La première coordonnée donnerait $\lambda = -2$, mais la troisième donnerait $0 = -\lambda$, donc $\lambda = 0$: c'est impossible. **Les vecteurs ne sont pas colinéaires, donc les points A, B et C ne sont pas alignés : ils définissent bien un plan.**

2. a. Le repère est orthonormé, donc on calcule les produits scalaires avec les coordonnées :

$\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 1 \times 1 + (-1) \times (-3) + 4 \times (-1) = 1 + 3 - 4 = 0$ et

$\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 1 \times (-2) + (-1) \times (-2) + 4 \times 0 = -2 + 2 = 0$.

Le vecteur $\overrightarrow{n}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC). **Il est donc normal au plan (ABC).**

b. Un plan de vecteur normal $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ a une équation de la forme $(x-y+4z+d=0)$. Le point A appartient au plan, donc $(2-1+4 \times 1+d=0)$, soit $(5+d=0)$ et $(d=-5)$. **Une équation cartésienne de (ABC) est $(x-y+4z-5=0)$.**

3. La droite (Δ) est orthogonale au plan (ABC), donc le vecteur normal $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (Δ) . Elle passe par D $(0,0,2)$, donc ses points M (x,y,z) vérifient $\overrightarrow{DM} = t \overrightarrow{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}}$, c'est-à-dire $(x=0+t)$, $(y=0-t)$, $(z=2+4t)$ avec $(t \in \mathbb{R})$. **On retrouve exactement la représentation proposée.**

4. Le projeté orthogonal de D sur (ABC) est le point d'intersection de (Δ) et du plan (ABC). Un point de (Δ) de paramètre (t) est dans le plan si et seulement si $(t-(-t)+4(2+4t)-5=0)$, soit $(18t+3=0)$, donc $(t=-\frac{1}{6})$.

On remplace dans la représentation paramétrique : $(x=-\frac{1}{6})$, $(y=\frac{1}{6})$, $(z=2-\frac{4}{6}=\frac{4}{3})$. **Le projeté orthogonal de D sur (ABC) est bien H $(-\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{4}{3})$.**

5. a. Le repère est orthonormé :

$(BA = \sqrt{(2-3)^2 + (1+2)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{1+9+1} = \sqrt{11})$ et $(BC = \sqrt{(0-3)^2 + (-1+2)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{9+1+1} = \sqrt{11})$. **Comme $BA = BC$, le triangle ABC est isocèle en B.**

b. Dans un triangle isocèle en B, la médiane issue de B est aussi la hauteur. Le milieu de [AC] est I $(\frac{2+0}{2}, \frac{1-1}{2}, \frac{1+1}{2}) = (1, 0, 1)$. On calcule $(BI = \sqrt{(1-3)^2 + (0+2)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{4+4+1} = 3)$ et $(AC = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 0^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2})$.

L'aire vaut $(\frac{AC \times BI}{2} = \frac{2\sqrt{2} \times 3}{2} =) (3\sqrt{2})$.

6. a. Prenons ABC pour base. La hauteur correspondante est la distance de D au plan (ABC), c'est-à-dire la longueur DH puisque H est le projeté orthogonal de D :

$(DH = \sqrt{(-\frac{1}{6})^2 + (\frac{1}{6})^2 + (\frac{4}{3}-2)^2} = \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{18}{36}} = \frac{\sqrt{2}}{2})$.

Alors

$(V = \frac{1}{3} \times 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{3 \times 2}{2} =) 1$.

b. Le même tétraèdre peut aussi avoir BCD pour base et A pour sommet :

$(V = \frac{1}{3} \times \text{Aire}(BCD) \times \sqrt{2})$. Comme $(V=1)$, on obtient $(\text{Aire}(BCD) = \frac{3}{\sqrt{2}} =) (3\sqrt{2})$.

7. a. Le point D $(0,0,k)$ est dans le plan (ABC) si et seulement si ses coordonnées

vérifient l'équation du plan : $(0-0+4k-5=0)$, donc $(k=\frac{5}{4})$. Les quatre points sont alors coplanaires, et le projeté orthogonal d'un point du plan sur ce plan est **le point lui-même**, ici $D(\frac{5}{4})$.

b. Si A était le projeté orthogonal de $D(k)$, le vecteur $\overrightarrow{AD_k} = \begin{pmatrix} -1 \\ k-1 \end{pmatrix}$ serait orthogonal au plan, donc colinéaire à $\overrightarrow{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$: il existerait (λ) avec $(-2=\lambda)$ et $(-1=-\lambda)$. On aurait à la fois $(\lambda=-2)$ et $(\lambda=1)$: c'est impossible, quel que soit (k) . **Non, il n'existe aucune valeur de (k) pour laquelle A est le projeté orthogonal de $D(k)$.**

À retenir : un vecteur normal se vérifie avec deux produits scalaires nuls, et la hauteur d'un tétraèdre relative à une face est la distance du sommet opposé au plan de cette face, c'est-à-dire la longueur du segment qui le joint à son projeté orthogonal.

Corrigé de l'exercice 2 : pollution d'un bassin, suite et équation différentielle

Partie A

1. $(V_1=0, 995 \times 0 + 6 =)$ **6** et $(V_2=0, 995 \times 6 + 6 = 5, 97 + 6 =)$ **11,97**. Après une heure puis deux heures, il y a donc 6 litres puis 11,97 litres de polluant.

2. La variable (v) doit contenir $(V_0=0)$ au départ, puis la boucle applique (n) fois la relation de récurrence :

```
def volume(n):
    v = 0
    for k in range(n):
        v = 0.995 * v + 6
    return v
```

3. Montrons par récurrence la propriété $(P(n))$: « $(V_n \leq V_{n+1} \leq 1200)$ ».

Initialisation. $(V_0=0)$ et $(V_1=6)$, donc $(0 \leq 6 \leq 1200)$: $(P(0))$ est vraie.

Hérédité. Soit (n) un entier tel que $(P(n))$ est vraie : $(V_n \leq V_{n+1} \leq 1200)$. On multiplie par $(0, 995 > 0)$, ce qui conserve l'ordre, puis on ajoute 6 : $(0, 995V_n + 6 \leq 0, 995V_{n+1} + 6 \leq 0, 995 \times 1200 + 6)$. Or $(0, 995 \times 1200 + 6 = 1194 + 6 = 1200)$. On obtient $(V_{n+1} \leq V_{n+2} \leq 1200)$, c'est-à-dire $(P(n+1))$.

Conclusion. La propriété est vraie au rang 0 et elle est héréditaire : **pour tout entier naturel (n) , $(V_n \leq V_{n+1} \leq 1200)$.**

4. D'après la question précédente, la suite $((V_n))$ est croissante et majorée par 1200. D'après le théorème de convergence monotone, **elle converge** vers un réel (ℓ) .

La fonction $f(x) = 5x + 6$ est continue, donc la limite ℓ vérifie $\ell = 0 + 5\ell + 6$. On en déduit $0 + 5\ell = 6$, donc $\ell = \frac{6}{0 + 5} = 1200$. Selon ce modèle, le volume de polluant se stabilise à 1200 litres.

Partie B

1. a. L'équation (E) s'écrit $(y' = ay + b)$ avec $(a = -0,005)$ et $(b = 6)$. Une solution constante $(y = -\frac{b}{a} = \frac{6}{0,005} = 1200)$ convient, et les solutions de l'équation homogène sont les $(Ce^{-0,005t})$. **Les solutions de (E) sont les fonctions $(t \mapsto Ce^{-0,005t} + 1200)$, avec (C) réel.**

b. La fonction (v) est de cette forme, et $(v(0) = 0)$ donne $(Ce^0 + 1200 = 0)$, donc $(C = -1200)$. Ainsi $(v(t) = -1200e^{-0,005t} + 1200 = 1200(1 - e^{-0,005t}))$.

c. On a $(\lim_{t \rightarrow +\infty} (-0,005t) = -\infty)$, donc $(\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-0,005t} = 0)$, puis $(\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = 1200 \times (1 - 0) = 1200)$. On retrouve la limite de la suite de la partie A.

d. (v) est dérivable et $(v'(t) = -1200 \times (-0,005)e^{-0,005t} = 6e^{-0,005t})$. Une exponentielle est strictement positive, donc $(v'(t) > 0)$: **la fonction (v) est strictement croissante sur $[0, +\infty[$.**

2. Le seuil de nettoyage est (5%) de 30 000 litres, soit $(0,05 \times 30000 = 1500)$ litres. Comme (v) est croissante et de limite 1200, on a $(v(t) < 1200 < 1500)$ pour tout (t) . **Le volume de polluant n'atteint jamais 1500 litres : selon ce modèle, le propriétaire n'aura pas à nettoyer complètement le bassin.**

3. Résolvons $(v(t) = 50)$: $(1200(1 - e^{-0,005t}) = 50)$, donc $(1 - e^{-0,005t} = \frac{1}{24})$, donc $(e^{-0,005t} = \frac{23}{24})$. En appliquant le logarithme népérien : $(-0,005t = \ln \frac{23}{24})$, soit $(t = -200 \ln \frac{23}{24} = 200 \ln \frac{24}{23})$.

La fonction (v) étant strictement croissante, le volume dépasse 50 litres après l'instant $(t_0 = 200 \ln \frac{24}{23} \approx 8,512)$ heures. Or $(0,512 \times 60 \approx 30,7)$ minutes, donc **$(t_0 \approx 8)$ h 31 min.**

À retenir : pour $(y' = ay + b)$, on cherche la solution constante $(-\frac{b}{a})$ puis on ajoute (Ce^{at}) , la condition initiale fixe (C) . La limite de la suite et celle de la fonction se retrouvent en résolvant « valeur d'équilibre = valeur d'équilibre ».

Corrigé de l'exercice 3 : vrai ou faux sur les musiciens professionnels

Affirmation 1 : vraie. Les données se traduisent par $(P(O) = 0,52)$, $(P_O(F) = 0,32)$ et $(P(F) = 0,2)$. On cherche $(P_F(O))$:

Fiche en ligne : maths-facile.eu/corrige-bac-maths-2026-metropole-j2/ · Cours, exercices et contrôles corrigés sur

$$\frac{P(O \cap F)}{P(F)} = \frac{P(O) \times P(O|F)}{P(F)} = \frac{0,52 \times 0,32}{0,2} = \frac{0,1664}{0,2} = 0,832.$$

Affirmation 2 : fausse. On répète 5 000 fois, de façon indépendante, une épreuve à deux issues (la personne est musicien professionnel avec la probabilité $p=0,062$, ou non).

La variable (X) suit donc la loi binomiale de paramètres $(n=5000)$ et $(p=0,062)$. À la calculatrice, $P(X \leq 340) \approx 0,96$, et non 0,4. On peut le sentir sans calcul : l'espérance vaut 310, donc 340 est supérieur à la moyenne et la probabilité d'être en dessous est largement plus grande que $0,5$.

Affirmation 3 : vraie. On a $E(X) = np = 5000 \times 0,062 = 310$ et $V(X) = np(1-p) = 5000 \times 0,062 \times 0,938 = 290,78$. L'événement « $(230 \leq X \leq 390)$ » s'écrit $(|X - 310| \leq 80)$: c'est le contraire de « $|X - E(X)| \geq 80$ ».

L'inégalité de Bienaymé-Tchebychev avec $(t=80)$ donne $P(|X - E(X)| \geq 80) \leq \frac{290,78}{80^2} = \frac{290,78}{6400} \approx 0,045$, qui est inférieur à $0,05$. Donc $P(230 \leq X \leq 390) \geq 1 - 0,05 = 0,95$: **la probabilité est bien supérieure ou égale à 95 %.**

Affirmation 4 : vraie. Les rôles des joueurs ne sont pas distingués, donc une équipe est une partie non ordonnée. On choisit 2 musiciens professionnels parmi 4 :

$\binom{4}{2} = 6$ possibilités, et 3 joueurs parmi les 6 qui ne le sont pas :

$\binom{6}{3} = 20$ possibilités. Par le principe multiplicatif, il y a $(6 \times 20 = 120)$ équipes possibles.

À retenir : pour une affirmation « vrai ou faux », écris d'abord le modèle (probabilité conditionnelle, loi binomiale, combinaisons) puis le calcul qui conclut. Une réponse sans justification ne rapporte rien.

Corrigé de l'exercice 4 : étude d'une fonction exponentielle et porte-clé

Partie A

1. a. La tangente en C est parallèle à l'axe des abscisses, donc son coefficient directeur est nul : $(f'(1) = 0)$.

b. Sur $[0, 3]$, la courbe ne coupe l'axe des abscisses qu'au point A d'abscisse $\frac{1}{2}$. **La solution de $(f(x) = 0)$ est $(x = \frac{1}{2})$.**

2. Le nombre $(f'(\frac{1}{2}))$ est le coefficient directeur de la tangente (T_A) , qui est la droite (AB) : $(f'(\frac{1}{2}) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{e^2 - 0}{1 - \frac{1}{2}} = 2e^2)$.

3. Deux primitives de (f) diffèrent d'une constante : leurs courbes se déduisent l'une de l'autre par une translation verticale. De plus, comme $(f(x) < 0)$ sur $[0, \frac{1}{2}]$ et $(f(x) > 0)$ sur $(\frac{1}{2}, +\infty)$, une primitive est décroissante puis croissante et

son minimum est atteint en $(x=\frac{1}{2})$.

Les courbes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ ont le même minimum en $(x=\frac{1}{2})$ et l'une est la translatée verticale de l'autre. Pour $\mathcal{C}_3$, le minimum est atteint vers $(x=0,9)$, et la courbe monte très haut vers la gauche : elle est décalée horizontalement par rapport à $\mathcal{C}_2$, donc elle n'est pas une primitive de f . **Les primitives de f sont $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.** (On peut le confirmer avec la partie C : les primitives de f sont les fonctions $x \mapsto xe^{-2x+3}+c$.)

Partie B

1. a. Pour tout $x \geq 0$: $f(x) = (2x-1)e^{-2x+3} = (2x-1)e^{-(2x-1)+2} = (2x-1)e^{-(2x-1)}e^2 = e^2 \times \frac{2x-1}{e^{2x-1}}$.

b. Posons $X=2x-1$. Quand x tend vers $+\infty$, X tend vers $+\infty$. Par croissances comparées, $\lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{e^X}{X} = +\infty$, donc $\lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{X}{e^X} = 0$. Ainsi

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = e^2 \times 0 = 0$: l'axe des abscisses est asymptote à la courbe.

2. a. La fonction f est un produit de $u(x)=2x-1$ par (e^{-2x+3}) dont la dérivée est $(-2e^{-2x+3})$. Alors

$$f'(x) = 2e^{-2x+3} + (2x-1) \times (-2)e^{-2x+3} = (2-4x+2)e^{-2x+3} = ((-4x+4)e^{-2x+3})$$

b. Comme $(e^{-2x+3} > 0)$, le signe de $f'(x)$ est celui de $(-4x+4)$, positif pour $(x < 1)$, nul en 1, négatif ensuite. On calcule $f(0) = -e^3 \approx -20,1$, $f(1) = e \approx 2,72$ et on a la limite 0 en $(+\infty)$ (la courbe coupe l'axe en $(x=\frac{1}{2})$).

x	0	1	$(+\infty)$
signe de $f'(x)$		+ 0 -	
variations de f	$(-e^3) \nearrow$	$(e) \searrow$	0

3. L'unité du repère est le centimètre. Les points de la courbe et de sa symétrique d'abscisse α sont $(\alpha, f(\alpha))$ et $(\alpha, -f(\alpha))$, distants de $(2f(\alpha))$. La contrainte $(2f(\alpha)=0,3)$ équivaut à $(f(\alpha)=0,15)$.

Sur $[1, +\infty[$, la fonction f est continue et strictement décroissante, elle passe de $f(1)=e \approx 2,7$ à une limite égale à 0. Comme $(0 < 0,15 < e)$, le théorème de la bijection (corollaire du théorème des valeurs intermédiaires) montre que l'équation $f(x)=0,15$ a **une unique solution α dans $[1, +\infty[$.**

À la calculatrice : $f(3) \approx 0,153 > 0,15$ et $f(3,35) \approx 0,141 < 0,15$, donc $(3 < \alpha < 3,35)$ (en fait $\alpha \approx 3,312$). **Au dixième,**

$\alpha \approx 3$.

Partie C

1. Posons $u(x)=2x-1$ et $v(x)=e^{-2x+3}$, donc $u'(x)=2$ et $v(x)=-\frac{1}{2}e^{-2x+3}$. Ces fonctions sont dérivables à dérivées continues, et l'intégration par parties donne :

$$I = \left[-\frac{1}{2}(2x-1)e^{-2x+3} \right]_{0,5}^3 + \int_{0,5}^3 e^{-2x+3} dx \\ \text{d'où } I = \left[-\frac{1}{2}(2x-1)e^{-2x+3} - \frac{1}{2}e^{-2x+3} \right]_{0,5}^3.$$

Le crochet se simplifie : $-\frac{1}{2}(2x-1)e^{-2x+3} - \frac{1}{2}e^{-2x+3} = -xe^{-2x+3}$. Ainsi $I = \left[-xe^{-2x+3} \right]_{0,5}^3 = -3e^{-3} + 0,5e^2$.

Valeur numérique : $I \approx 0,5e^2 - 3e^{-3} \approx 6044$. **L'intégrale I arrondie au dixième est bien 3,6.**

2. Sur $[0,5; \alpha]$, la fonction f est positive, et la forme est symétrique par rapport à l'axe des abscisses : l'aire du logo vaut $2 \int_{0,5}^{\alpha} f(x) dx$. Avec la primitive $F(x) = -xe^{-2x+3}$ et la relation $f(\alpha) = 0,15$, on obtient $F(\alpha) = -\frac{0,15}{\alpha} e^{2\alpha-3}$, et l'aire est $2(F(\alpha) - F(0,5)) = e^{2-\frac{3}{\alpha}} \approx 7,21 \text{ cm}^2$.

On peut aussi, comme le sujet l'incite, prendre $\alpha \approx 3$ et l'aire $2 \approx 2 \times 3,6 = 7,2 \text{ cm}^2$. Le volume est l'aire multipliée par l'épaisseur 0,2 cm : $V \approx 7,2 \times 0,2 \approx 1,44 \text{ cm}^3$. **Le volume du porte-clé est d'environ 1,4 cm³.**

À retenir : pour une fonction produit « polynôme $\times$ exponentielle », la dérivée se factorise par l'exponentielle, ce qui donne le signe d'un coup d'œil, et l'intégration par parties fournit une primitive que tu peux vérifier en la dérivant.