

Brevet de maths 2019 Amérique du Nord

Corrigé du brevet de maths

Ce corrigé reprend, exercice par exercice, le sujet du brevet de juin 2019 en Amérique du Nord. Tu y trouveras la réciproque de Pythagore et la trigonométrie dans un triangle, la méthode pour réfuter ou démontrer une affirmation, la lecture d'un diagramme et le choix d'une formule de tableur, l'analyse d'un programme Scratch dans un labyrinthe, les transformations d'un hexagone, un calcul de masse d'alcool, un empilement de boulets avec volume et masse volumique, et un raisonnement sur étendue, moyenne et médiane. Chaque réponse est justifiée comme on l'attend le jour de l'épreuve.

Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : réciproque de Pythagore, angle et Thalès
- Corrigé de l'exercice 2 : vrai ou faux
- Corrigé de l'exercice 3 : diagramme et tableur
- Corrigé de l'exercice 4 : Scratch et labyrinthe
- Corrigé de l'exercice 5 : symétries, rotation et translation
- Corrigé de l'exercice 6 : médicament et alcool
- Corrigé de l'exercice 7 : empilement de boulets
- Corrigé de l'exercice 8 : statistiques

Corrigé de l'exercice 1 : réciproque de Pythagore, angle et Thalès

1. On compare le carré du plus grand côté avec la somme des carrés des deux autres. Le plus grand côté de AEF est [AF] :

$$\text{AF}^2 = 10^2 = 100 \quad \text{et} \quad \text{AE}^2 + \text{EF}^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100.$$

Comme $\text{AF}^2 = \text{AE}^2 + \text{EF}^2$, la réciproque du théorème de Pythagore montre que **le triangle AEF est rectangle en E**.

2. Dans le triangle AEF rectangle en E, le côté adjacent à l'angle $\widehat{\text{EAF}}$ est [AE] et l'hypoténuse est [AF]. Donc :

$$\cos \widehat{\text{EAF}} = \frac{\text{AE}}{\text{AF}} = \frac{8}{10} = 0{,}8.$$

Avec la touche « arccos » de la calculatrice, $\widehat{\text{EAF}} \approx 36{,}87^\circ$, soit **37° au degré près**.

3. Les points A, E, R sont alignés dans cet ordre, et les points A, F, T aussi. Si (EF) et (RT) étaient parallèles, le théorème de Thalès donnerait l'égalité

$\frac{\text{AE}}{\text{AR}} = \frac{\text{AF}}{\text{AT}}$). Calculons chaque rapport :

$$\frac{\text{AE}}{\text{AR}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad \frac{\text{AF}}{\text{AT}} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}.$$

Les produits en croix sont différents : $8 \times 14 = 112$ et $12 \times 10 = 120$. Les rapports ne sont pas égaux, donc **les droites (EF) et (RT) ne sont pas parallèles.**

À retenir : la réciproque de Pythagore prouve qu'un triangle est rectangle ; pour savoir si deux droites sont parallèles, compare les rapports de Thalès : s'ils sont différents, les droites ne sont pas parallèles.

Corrigé de l'exercice 2 : vrai ou faux

1. Calculons les deux membres. Pour le premier, on réduit au même dénominateur :

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{11}{10}.$$

Pour le second, $\frac{3+1}{5+2} = \frac{4}{7}$. Le premier nombre est supérieur à 1, le second est inférieur à 1, donc ils sont différents. **L'affirmation 1 est fausse.**

2. On calcule l'image de (-1) : $f(-1) = 5 - 3 \times (-1) = 5 + 3 = 8$. Ce n'est pas (-2) . **L'affirmation 2 est fausse.**

3. Dans l'expérience n° 1, les nombres premiers entre 1 et 11 sont 2, 3, 5, 7 et 11, soit 5 nombres parmi 11 : la probabilité est $\frac{5}{11}$. Dans l'expérience n° 2, les nombres pairs sont 2, 4 et 6, soit 3 faces sur 6 : la probabilité est $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Comparons : $\frac{5}{11} \approx 0{,}4545$ et $\frac{1}{2} = 0{,}5$, donc $\frac{5}{11} < \frac{1}{2}$. Il est donc moins probable, et non plus probable, de choisir un nombre premier dans l'expérience n° 1. **L'affirmation 3 est fausse.**

4. On reconnaît la forme $(a^2 - b^2)$ avec $(a = 2x + 1)$ et $(b = 2)$:

$$(2x+1)^2 - 4 = (2x+1)^2 - 2^2 = (2x+1-2)(2x+1+2) = (2x-1)(2x+3).$$

On obtient bien $(2x+3)(2x-1)$, pour tout nombre (x) . **L'affirmation 4 est vraie.**

À retenir : pour montrer qu'une affirmation est fausse, un seul contre-exemple ou un calcul suffit ; pour montrer qu'elle est vraie, il faut une démonstration valable pour tous les nombres, comme ici avec l'identité $(a^2 - b^2) = (a-b)(a+b)$.

Corrigé de l'exercice 3 : diagramme et tableur

1. La barre du pays D s'arrête un peu au-dessus de 130 et un peu en dessous de 140. Un habitant du pays D gaspille **environ 138 kg** de nourriture en 2010.

2. On lit environ 110 kg pour le pays F et un peu plus de 540 kg pour le pays A. Cinq fois 110 donne 550, ce qui est très proche de la valeur du pays A (autour de 545). On peut donc affirmer que **oui, le gaspillage d'un habitant du pays F est environ le cinquième de celui d'un habitant du pays A.**

3. a. Il y a 10,9 millions d'habitants, qui gaspillent chacun 345 kg :

$$[345 \times 10^9 \times 1\,000\,000 = 3\,760\,500\,000 \text{ kg}]$$

Comme 1 tonne = 1 000 kg, cela fait $(3\,760\,500\,000 \div 1\,000 = 3\,760\,500)$ tonnes, ce qui correspond à la valeur de la cellule D2 : **3 760 500 tonnes.**

b. La cellule B2 est en kg par habitant et C2 en millions d'habitants. Le produit B2*C2 donne la quantité en millions de kg. Or 1 million de kg = 1 000 tonnes, il faut donc multiplier par 1 000 pour avoir des tonnes. Vérification avec le pays X :

$(345 \times 10^9 \times 1\,000 = 3\,760\,500)$. La formule saisie en D2 est **=B2*C2*1000** (proposition 3).

À retenir : en lisant un diagramme, donne une valeur approchée avec une petite fourchette ; avec un tableur, vérifie une formule sur la ligne dont tu connais déjà le résultat et contrôle les unités.

Corrigé de l'exercice 4 : Scratch et labyrinthe

1. Au début du programme, le lutin va en $((-180; -120))$: c'est le point de départ. Pour le ramener au départ quand il touche un mur, on complète l'instruction avec les mêmes valeurs : **aller à x : -180 y : -120.**

2. Le lutin se déplace de 30 unités à chaque appui sur une flèche, soit un pas d'un point du quadrillage à un voisin. Le labyrinthe est un couloir sans raccourci, et le lutin ne doit jamais se poser sur un trait noir. En partant du point de départ, voici le trajet le plus court :

- 3 pas vers le haut, puis 2 pas vers la droite ;
- 3 pas vers le bas, puis 2 pas vers la droite ;
- 4 pas vers le haut, puis 8 pas vers la droite ;
- 4 pas vers le bas, puis 1 pas vers la droite pour arriver au point de sortie.

Cela fait $(3+2+3+2+4+8+4+1=27)$ pas, soit $(27 \times 30 = 810)$ unités. La distance minimale parcourue est **810 unités.**

3. Appuyer sur la flèche haut ajoute 30 à (y) : le lutin monte d'un pas, en $((-180; -90))$, sans toucher de mur. Appuyer ensuite sur la flèche droite ajoute 30 à (x) : le lutin arrive en $((-150; -90))$, sur le grand trait noir vertical situé juste à droite du point de départ. Alors la condition « couleur noire touchée » est vraie : **le lutin dit « perdu » pendant 2 secondes, puis retourne au point de départ $((-180; -120))$.**

À retenir : avec Scratch, « ajouter 30 à x » déplace le lutin d'un pas du quadrillage ; pour

une distance, compte les pas puis multiplie par 30 unités.

Corrigé de l'exercice 5 : symétries, rotation et translation

1. La symétrie de centre O envoie chaque sommet sur le sommet opposé : C devient F, D devient A, E devient B, et O reste en O. Le quadrilatère CDEO a donc pour image **FABO** (proposition 1).
2. La symétrie d'axe (CF) laisse O sur place, et envoie A sur E (A et E sont symétriques par rapport à (CF)). L'image du segment [AO] est le segment **[EO]**.
3. La rotation de centre O qui transforme OAB en OCD envoie A sur C et B sur D. Elle tourne de 120° dans le sens des aiguilles d'une montre, car chaque sommet avance de deux sommets : A vers C, B vers D, donc aussi C vers E. Le triangle BOC a pour image le triangle $(\text{D}), \text{O}), \text{E})$: **l'image du triangle BOC est le triangle DOE**.
4. Pour aller de l'hexagone 2 à l'hexagone 12, on passe de 2 à son voisin en bas à gauche (6), puis à son voisin situé juste en dessous (12). On applique le même déplacement à l'hexagone 14 : son voisin en bas à gauche est 13, puis le voisin juste en dessous de 13 est 19. L'image de l'hexagone 14 est **l'hexagone 19**.

À retenir : une symétrie centrale envoie un sommet sur son opposé ; une rotation d'un sixième de tour (60°) ou d'un tiers (120°) fait avancer les sommets d'un hexagone régulier de un ou de deux rangs ; une translation se repère avec un déplacement qu'on répète sur la figure.

Corrigé de l'exercice 6 : médicament et alcool

Partie A

1. Trente minutes correspondent à 0,5 h. Sur la courbe, pour une abscisse de 0,5 h, on lit 10 mg/L : **10 mg/L** de principe actif.
2. Le sommet de la courbe est atteint pour une abscisse de 2 h, avec environ 27 mg/L. La quantité est la plus élevée **2 heures après la prise**.

Partie B

La formule demande le volume en cL. La boisson 1 a un volume de 33 cL. La boisson 2 a une contenance de 125 mL, soit 12,5 cL. On calcule la masse d'alcool de chaque boisson :

$$\begin{aligned} m_1 &= 33 \times 0,05 \times 7,9 = 13,35 \text{ g} \\ m_2 &= 12,5 \times 0,12 \times 7,9 = 11,85 \text{ g} \end{aligned}$$

Comme $(13,35 > 11,85)$, **oui, la boisson 1 contient une masse d'alcool supérieure à celle de la boisson 2**.

À retenir : avant d'appliquer une formule, convertis les données dans l'unité demandée
Fiche en ligne : maths-facile.eu/corrige-brevet-maths-2019-amerique-du-nord/ · Cours, exercices et contrôles corrigés

(ici des cL), et pour un degré d'alcool en pourcentage, utilise l'écriture décimale (5 % devient 0,05).

Corrigé de l'exercice 7 : empilement de boulets

1. L'empilement à 2 niveaux est formé d'une base carrée de $(2 \times 2 = 4)$ boulets, avec 1 boulet posé dessus : $(4 + 1 = 5)$ **boulets**.

2. Chaque niveau est un carré de boulets, et le nombre de boulets de la base est le carré du nombre de niveaux. Pour 3 niveaux, on empile $(3 \times 3 = 9)$ boulets, puis $(2 \times 2 = 4)$, puis $(1 \times 1 = 1)$:

$$9 + 4 + 1 = 14.$$

L'empilement à 3 niveaux contient bien **14 boulets**.

3. On ajoute les carrés successivement : $(1 + 4 + 9 + 16 = 30)$ boulets pour 4 niveaux, puis $(30 + 25 = 55)$ boulets pour 5 niveaux. L'empilement de 55 boulets comporte **5 niveaux**.

4. Volume d'un boulet de rayon 6 cm :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = 288\pi \text{ cm}^3 \approx 904{,}8 \text{ cm}^3$$

Les 14 boulets ont un volume total de $(14 \times 288\pi = 4{,}032\pi \text{ cm}^3 \approx 12{,}666 \text{ cm}^3)$. On convertit en mètres cubes : $(1 \text{ m}^3 = 1{,}000{,}000 \text{ cm}^3)$, donc le volume est d'environ $(0{,}012{,}667 \text{ m}^3)$. La masse vaut :

$$0{,}012{,}667 \times 7{,}300 \approx 92{,}5 \text{ kg}$$

Avec la valeur exacte, $(4{,}032\pi \times 0{,}0073 \approx 92{,}46)$ kg, soit **92 kg au kilogramme près**.

À retenir : un empilement pyramidal à base carrée se compte avec la somme des carrés $(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots)$; pour une masse, calcule le volume total, convertis-le dans l'unité de la masse volumique, puis multiplie.

Corrigé de l'exercice 8 : statistiques

1. La plus petite note connue est 6. Si l'une des notes inconnues valait 16, la plus grande note serait au moins 16, et l'étendue serait au moins $(16 - 6 = 10)$. Or l'étendue de la série est 9. **Une note de 16 est donc impossible.**

2. Testons les trois informations avec les notes 12,5 et 13,5. La série ordonnée est : 6 ; 7,5 ; 10 ; 12,5 ; 13 ; 13,5 ; 14,5 ; 15.

- Étendue : $(15 - 6 = 9)$. C'est cohérent.
- Moyenne :

$\frac{6+7+10+12+13+13+14+15}{8} = \frac{92}{8} = 11,5$. C'est cohérent.

- Admis : 6 élèves sur 8 ont au moins 10, soit $\frac{6}{8} = 75\%$. C'est cohérent.
- Médiane : avec 8 notes, c'est la moyenne de la 4e et de la 5e, soit $\frac{12+13}{2} = 12,5$. Or l'énoncé donne une médiane de 12.

La médiane ne correspond pas. **Ce n'est donc pas possible que les deux notes soient 12,5 et 13,5.**

À retenir : pour calculer une médiane avec un nombre pair de valeurs, range les notes dans l'ordre et fais la moyenne des deux valeurs du milieu ; pour prouver qu'un cas est impossible, il suffit qu'une seule des informations ne soit pas respectée.