

Brevet de maths 2019 France septembre

Corrigé du brevet de maths

Ce corrigé du brevet de septembre 2019 (Métropole, La Réunion, Antilles-Guyane, 16 septembre) détaille les six exercices du sujet. Tu y verras comment enchaîner Pythagore et Thalès sur un parcours de VTT, factoriser 2 744 pour résoudre des égalités de puissances, lire un graphique et choisir un modèle affine pour le CO₂, comparer le volume de deux pièces montées, démontrer un résultat de programme de calcul avec un tableur, puis compléter un programme Scratch de jeu de dés et conjecturer une probabilité. Chaque réponse est rédigée avec la justification attendue au brevet.

Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : le parcours de VTT
- Corrigé de l'exercice 2 : facteurs premiers et égalité $(a^3=b^2)$
- Corrigé de l'exercice 3 : le CO₂ dans l'atmosphère
- Corrigé de l'exercice 4 : les deux pièces montées
- Corrigé de l'exercice 5 : programme de calcul et tableur
- Corrigé de l'exercice 6 : le jeu de dés

Corrigé de l'exercice 1 : le parcours de VTT

1. Le triangle BCD est rectangle en C, avec $(BC=1{,}5)$ km et $(CD=2)$ km. D'après le théorème de Pythagore :

$$(BD^2=BC^2+CD^2=1{,}5^2+2^2=2{,}25+4=6{,}25)$$

Comme $(2{,}25^2=6{,}25)$ et qu'une longueur est positive,
 $(BD=\sqrt{6{,}25}=\mathbf{2{,}5})$ km.

2. Les points C, D, E sont alignés et le triangle BCD est rectangle en C : la droite $((BC))$ est perpendiculaire à la droite $((CE))$. De même, le triangle DEF est rectangle en E, donc $((EF))$ est perpendiculaire à $((CE))$. Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles : $((BC))\parallel((EF))$.

3. Les points B, D, F sont alignés, de même que C, D, E, et $((BC))\parallel((EF))$. D'après le théorème de Thalès dans les triangles DBC et DFE :

$$\frac{DF}{DB}=\frac{DE}{DC}=\frac{EF}{BC}$$

Avec $(DE=5)$, $(DC=2)$ et $(DB=2{,}5)$:

$$\frac{DF}{2{,}5}=\frac{5}{2}\quad\text{donc}\quad DF=\frac{5\times2{,}5}{2}=6{,}25$$

La longueur DF est de **6,25 km**.

4. Le trajet en traits pleins est A, B, D, F, G :

$$AB + BD + DF + FG = 7 + 2 + 5 + 6 + 25 + 3 + 5 = 19,25$$

Le parcours mesure **19,25 km**.

5. À 16 km/h, Michel parcourt 16 km en 60 min, donc 1 km en $\frac{60}{16} = 3,75$ min. Pour 7 km :

$$7 \times 3,75 = 26,25 \text{ min}$$

Or $0,25 \text{ min} = 0,25 \times 60 = 15 \text{ s}$. Michel mettra **26 min 15 s** pour aller de A à B.

À retenir : avant d'appliquer Thalès, justifie le parallélisme (deux perpendiculaires à une même droite) ; pour un temps, convertis la partie décimale des minutes en secondes.

Corrigé de l'exercice 2 : facteurs premiers et égalité

$$(a^3 = b^2)$$

1. a. On divise 2 744 par les nombres premiers successifs :

$$2\,744 = 2 \times 1\,372 = 2 \times 2 \times 686 = 2 \times 2 \times 2 \times 343$$

puis $343 = 7 \times 49 = 7 \times 7 \times 7$. Donc :

$$2\,744 = 2^3 \times 7^3$$

1. b. On élève au carré en utilisant $((a^m)^n = a^{m \times n})$:

$$2\,744^2 = (2^3 \times 7^3)^2 = 2^6 \times 7^6$$

1. c. On regroupe les puissances par exposant 3 : $(2^6 = (2^2)^3)$ et $(7^6 = (7^2)^3)$, donc

$$2\,744^2 = (2^2)^3 \times (7^2)^3 = (2^2 \times 7^2)^3 = (4 \times 49)^3 = 196^3$$

On en déduit **$x = 196$** .

2. a. Pour $(a = 100)$, $(b^2 = 100^3 = 1\,000\,000)$. Comme $(1\,000^2 = 1\,000\,000)$ et que (b) est positif, $(b = \mathbf{1\,000})$.

2. b. On teste les valeurs de (a) entre 3 et 9 et on regarde si (a^3) est un carré parfait dont la racine est comprise entre 3 et 9 :

(a)	3	4	5	6	7	8	9
-------	---	---	---	---	---	---	---

$\backslash(a^3\backslash)$	27	64	125	216	343	512	729
Carré parfait ?	non	oui, $\backslash(8^2\backslash)$	non	non	non	non	oui, $\backslash(27^2\backslash)$ mais $\backslash(27 \text{ gt } 10\backslash)$

Le seul couple convenable est $\backslash(a=4\backslash)$ et $\backslash(b=8\backslash)$, car $\backslash(4^3=64=8^2\backslash)$.

À retenir : la décomposition en facteurs premiers permet de reconnaître un carré ou un cube parfait : tous les exposants doivent être pairs pour un carré, multiples de 3 pour un cube.

Corrigé de l'exercice 3 : le CO₂ dans l'atmosphère

1. On lit sur la courbe : en 1995, la concentration est de **360 ppm** ; en 2005, elle est de **380 ppm**.

2. a. Entre 1995 et 2005, la courbe est presque un segment de droite : les points sont à peu près alignés. Un modèle affine, dont la représentation est une droite, convient donc bien sur cette période.

2. b. On teste les deux expressions avec les valeurs lues :

Arnold : $\backslash(g(1995)=2\times 1\,995-3\,630=3\,990-3\,630=360\backslash)$ et $\backslash(g(2005)=4\,010-3\,630=380\backslash)$. Les deux valeurs correspondent au graphique.

Billy : $\backslash(g(1995)=3\,990-2\,000=1\,990\backslash)$, très loin de 360.

L'expression qui modélise le mieux l'évolution est celle d'**Arnold** : $\backslash(g(x)=2x-3\,630\backslash)$.

2. c. On résout $\backslash(g(x)=450\backslash)$:

$\backslash(2x-3\,630=450\backslash)$, donc $\backslash(2x=4\,080\backslash)$, donc $\backslash(x=2\,040\backslash)$

Selon ce modèle, la concentration de 450 ppm serait atteinte en **2040**.

3. Les 70 mégatonnes représentent 15 % de la masse $\backslash(M\backslash)$ émise :

$\backslash(\frac{15}{100}\times M=70\backslash)$, donc $\backslash(M=\frac{70\times 100}{15}=\frac{7\,000}{15}\approx 466{,}7\backslash)$

La France a émis environ **467 mégatonnes** de CO₂ en 2016.

À retenir : pour choisir entre deux modèles, on vérifie chaque formule avec des valeurs lues sur le graphique ; pour retrouver un total à partir d'un pourcentage, on divise la partie par le pourcentage.

Corrigé de l'exercice 4 : les deux pièces montées

1. Le ratio est :

$$\left(\frac{75}{100} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{3}{4}\right)$$

Le ratio masse de beurre : masse de chocolat est $\left(\frac{3}{4}\right)$.

2. $(250 \text{ g} = 2,5 \times 100 \text{ g})$: on multiplie toutes les quantités par 2,5. La farine nécessaire est $(30 \times 2,5 = 75)$ g, soit **75 g de farine**.

3. Le côté diminue de 8 cm à chaque étage et il y a 3 étages : $(24 - 8 = 16)$ puis $(16 - 8 = 8)$. Le plus petit gâteau a une base de côté **8 cm**.

4. Tour de Pise. Les diamètres sont 30, 22, 14 et 6 cm, donc les rayons 15, 11, 7 et 3 cm, pour une hauteur de 6 cm par gâteau :

$$(V_{\text{Pise}} = \pi \times 6 \times (15^2 + 11^2 + 7^2 + 3^2) = 6\pi \times (225 + 121 + 49 + 9) = 6\pi \times 404 = 2\,424\pi \approx 7\,615 \text{ cm}^3)$$

Tour Carrée. Les côtés sont 24, 16 et 8 cm, pour une hauteur de 8 cm par gâteau :

$$(V_{\text{Carrée}} = 8 \times (24^2 + 16^2 + 8^2) = 8 \times (576 + 256 + 64) = 8 \times 896 = 7\,168 \text{ cm}^3)$$

Comme $(7\,615 > 7\,168)$, c'est **la tour de Pise** qui a le plus grand volume.

À retenir : pour comparer des volumes, on calcule chaque étage avec la bonne formule (cylindre : $(\pi r^2 h)$; pavé à base carrée : $(\text{côté}^2 \times h)$), puis on additionne ; n'oublie pas de passer du diamètre au rayon.

Corrigé de l'exercice 5 : programme de calcul et tableur

1. a. Avec 4 au départ :

$$(4 \rightarrow 4 + 6 = 10), \text{ puis } (4 - 5 = -1), \text{ puis } (10 \times (-1) = -10), \text{ puis } (-10 + 30 = 20)$$

Le résultat est bien **20**.

1. b. Avec (-3) au départ : $(-3 + 6 = 3)$, puis $(-3 - 5 = -8)$, puis $(3 \times (-8) = -24)$, puis $(-24 + 30 = 6)$. Le résultat est **6**.

2. a. Pour 4 : $(4 + 4^2 = 4 + 16 = 20)$, c'est le résultat trouvé à la question 1.a. Pour (-3) : $(-3 + (-3)^2 = -3 + 9 = 6)$, c'est le résultat de la question 1.b. Zoé a raison dans les deux cas.

2. b. L'étape 4 multiplie les résultats des étapes 2 et 3, situés en lignes 2 et 3 de la même colonne. La formule à saisir en B4 est **=B2*B3**.

2. c. Avec (x) comme nombre de départ, on obtient successivement $(x + 6)$, puis $(x - 5)$, puis le produit $((x + 6)(x - 5))$, puis ce produit augmenté de 30 :

$$((x + 6)(x - 5) + 30 = x^2 - 5x + 6x - 30 + 30 = x^2 + x)$$

Le résultat est bien (x^2+x) , ce qui confirme la conjecture de Zoé pour tout nombre (x) .

2. d. On cherche (x) tel que $(x^2+x=0)$, c'est-à-dire $(x(x+1)=0)$. Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul : $(x=0)$ ou $(x+1=0)$. Le résultat du programme est 0 pour **$(x=0)$ et $(x=-1)$** .

À retenir : pour prouver un résultat valable pour tout nombre, on part de (x) et on développe ; pour trouver quand une expression vaut 0, on la factorise et on utilise le produit nul.

Corrigé de l'exercice 6 : le jeu de dés

1. Les faces du dé A portent 2 ou 6, celles du dé B portent 1 ou 5. Les deux joueurs ne peuvent donc jamais obtenir le même numéro : il n'y a **jamais de match nul**.

2. a. Si Armelle obtient 2, Basile gagne un point quand il obtient 5 (le 1 est plus petit que 2). Trois faces sur six portent 5 : la probabilité est $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

2. b. Si Basile obtient 1, Armelle obtient 2 ou 6, deux numéros supérieurs à 1. Armelle gagne un point dans tous les cas : la probabilité est **1**.

3. a. Le nombre aléatoire entre 1 et 6 est strictement inférieur à 5 s'il vaut 1, 2, 3 ou 4, soit 4 cas sur 6. La probabilité que FaceA prenne la valeur 2 est $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

3. b. Armelle (dé A) marque un point quand son numéro est le plus grand, c'est-à-dire quand FaceB est inférieur à FaceA. La ligne 7 complétée est :

si FaceB < FaceA alors

3. c. Le dé B porte trois fois le 1 et trois fois le 5, donc on veut obtenir 1 avec la probabilité $\frac{3}{6}$: on garde l'aléatoire entre 1 et 6 et on teste si le tirage est strictement inférieur à 4 (valeurs 1, 2, 3). Le sous-programme, à construire comme celui du dé A :

définir Lancer le dé B

mettre tirage de dé à nombre aléatoire entre 1 et 6

si tirage de dé < 4 alors

mettre FaceB à 1

sinon

mettre FaceB à 5

Par rapport au sous-programme du dé A, on a remplacé FaceA par FaceB, le seuil 5 par 4, la valeur 2 par 1 et la valeur 6 par 5.

4. a. La fréquence de victoires de A est :

$\frac{39\,901}{60\,000}\approx 0{,}665$

soit environ **67 %**.

4. b. La fréquence observée sur 60 000 parties est proche de $\frac{2}{3} \approx 66{,}7\%$. On peut conjecturer que la probabilité que A gagne contre B est $\frac{2}{3}$, soit environ 67 %.

Vérification par le calcul : A gagne s'il tire 6 (probabilité $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$), quelle que soit la face de B, ou s'il tire 2 (probabilité $\frac{2}{3}$) et que B tire 1 (probabilité $\frac{1}{2}$). On obtient $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, ce qui confirme la conjecture.

À retenir : une fréquence obtenue sur un très grand nombre de simulations s'approche de la probabilité théorique ; on peut ensuite la vérifier en distinguant les cas selon le résultat du premier dé.