

Brevet de maths 2020 Amérique du Nord septembre

Corrigé du brevet de maths

Voici le corrigé détaillé du brevet de septembre 2020 (Amérique du Nord). Tu y verras comment construire un triangle rectangle à partir de ses trois côtés, prouver qu'il est rectangle avec la réciproque de Pythagore, puis utiliser Thalès et le cosinus. Le corrigé justifie aussi chaque réponse du QCM, les transformations d'un pavage, les calculs de moyenne, de médiane et de pourcentage sur la finale du 100 m nage libre, et l'analyse d'un script Scratch qui simule un tirage de boules. **Compare tes justifications** aux miennes : c'est la rédaction qui compte autant que le résultat.

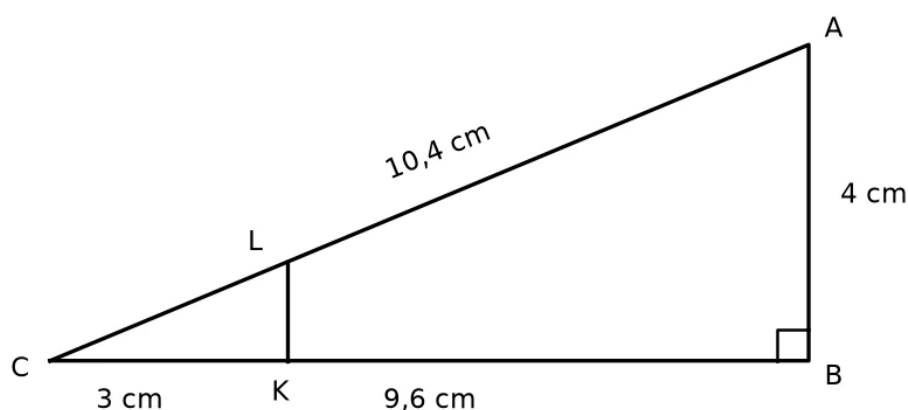
Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : triangle rectangle, Thalès et cosinus
- Corrigé de l'exercice 2 : QCM justifié
- Corrigé de l'exercice 3 : pavage et transformations
- Corrigé de l'exercice 4 : natation et feuille de calcul
- Corrigé de l'exercice 5 : tirages dans deux urnes et Scratch

Corrigé de l'exercice 1 : triangle rectangle, Thalès et cosinus

1. Voici une construction possible, en vraie grandeur :

Trace d'abord le segment $[BC]$ de 9,6 cm. Avec ton compas, trace un arc de cercle de centre B et de rayon 4 cm, puis un arc de cercle de centre C et de rayon 10,4 cm. Ils se coupent en A (au-dessus de $[BC]$). Trace le triangle ABC. Place le point K sur $[BC]$ à 3 cm de C. Trace ensuite la parallèle à (AB) passant par K (avec l'équerre et la règle, ou la règle et l'équerre en la faisant glisser) : elle coupe $[AC]$ en L. Garde tous les traits de construction.



2. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [AC]. On compare :

$$\begin{aligned} AC^2 &= 10^2 + 4^2 = 108 \\ AB^2 + BC^2 &= 4^2 + 9^2 = 16 + 81 = 97 \end{aligned}$$

On a $AC^2 > AB^2 + BC^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle ABC est rectangle en B**.

3. Les points C, L, A d'une part et C, K, B d'autre part sont alignés, et les droites (KL) et (AB) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès dans le triangle ABC :

$$\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA}$$

On remplace par les valeurs : $\frac{3}{9} = \frac{CL}{10}$, donc

$$CL = \frac{3 \times 10}{9} = 3,33$$

Donc **CL = 3,33 cm**.

4. Dans le triangle ABC rectangle en B, le côté AB est adjacent à l'angle $\widehat{CAB}$ et [AC] est l'hypoténuse :

$$\cos(\widehat{CAB}) = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{10}$$

À la calculatrice, $\widehat{CAB} \approx 67,38^\circ$. L'angle $\widehat{CAB}$ mesure environ **67°** .

À retenir : pour prouver qu'un triangle est rectangle, on utilise la réciproque de Pythagore (le carré du plus grand côté contre la somme des carrés des deux autres), et avec des parallèles dans un triangle on pense à Thalès.

Corrigé de l'exercice 2 : QCM justifié

1. Si l'arête (a) devient $(3a)$, le volume passe de a^3 à $(3a)^3 = 27a^3$. Le volume est multiplié par 27. Bonne réponse : **D**.

2. Pour $(x = -4)$: $(-4)^2 + 3 \times (-4) + 4 = 16 - 12 + 4 = 8$. Bonne réponse : **A**.

3. On réduit au même dénominateur : $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$. La valeur 0,583 n'est qu'une approximation de $\frac{7}{12}$ (qui vaut 0,58333...). Bonne réponse : **C**.

4. En écriture scientifique, on écrit un nombre compris entre 1 et 10 multiplié par une puissance de 10 : $(1,500,000,000 = 1,5 \times 10^9)$. Bonne réponse : **D**.

5. C'est une identité remarquable : $(x - 2)(x + 2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$. Bonne réponse : **A**.

À retenir : multiplier toutes les longueurs par (k) multiplie les aires par (k^2) et les volumes par (k^3) ; et $((a - b)(a + b) = a^2 - b^2)$.

Corrigé de l'exercice 3 : pavage et transformations

1. a. La symétrie centrale de centre O échange les polygones opposés par rapport au centre du carré : l'image du polygone ① est **le polygone ③**.

1. b. La rotation de centre O qui envoie ① sur ② (en haut à gauche vers en haut à droite) est une rotation d'un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre. Par ce quart de tour, ④ (en bas à gauche) va en haut à gauche : l'image du polygone ④ est **le polygone ①**.

2. Le polygone ⑤ est exactement au même endroit que le polygone ① mais dans le carré voisin de droite, avec la même orientation. Le pavage est obtenu en décalant le motif de la longueur d'un côté vers la droite : c'est **la translation qui transforme A en B** (de vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$).

3. a. On cherche un carré dont le côté, en cm, divise à la fois 315 et 270. On a $(315 = 9 \times 35)$ et $(270 = 9 \times 30)$: les deux dimensions du tissu sont des multiples de 9. On peut donc recouvrir le tissu avec des carrés de 9 cm de côté, sans découpe.

3. b. Il tient $(315 \div 9 = 35)$ carrés dans la longueur et $(270 \div 9 = 30)$ carrés dans la largeur, soit $(35 \times 30 = 1\,050)$ carrés. Il y aura **1 050 carrés** imprimés.

À retenir : pour reconnaître une transformation dans un pavage, regarde l'orientation de la figure : même orientation et décalage, c'est une translation ; demi-tour, une symétrie centrale ; quart de tour, une rotation.

Corrigé de l'exercice 4 : natation et feuille de calcul

1. On range les temps du plus petit au plus grand : 52,93 ; 53,23 ; 53,35 ; 53,61 ; 54,04 ; 54,07 ; 54,52 ; 54,56. La troisième nageuse est celle qui a le troisième meilleur temps : **53,35 s**.

2. La vitesse moyenne est la distance divisée par la durée : $(\frac{100}{52,93} \approx 1,889)$. La nageuse a une vitesse moyenne d'environ **1,9 m/s**.

3. Moyenne : $(\frac{53,23 + 54,04 + 53,61 + 54,52 + 53,35 + 52,93 + 54,56 + 54,07}{8} = \frac{430,31}{8} \approx 53,79)$ s.

Médiane : il y a 8 temps, donc la médiane est la moyenne des 4^e et 5^e valeurs de la liste rangée : $(\frac{53,61 + 54,04}{2} = 53,825)$ s.

La médiane (53,825 s) est **très légèrement supérieure** à la moyenne (environ 53,79 s) : les deux valeurs sont proches, à moins de 0,04 s d'écart.

4. La Grande-Bretagne et l'Italie ont obtenu $(13 + 8 = 21)$ médailles d'or, alors que la

Russie en a obtenu 23. L'affirmation est **fausse**.

5. La France a remporté 12 médailles, dont 4 d'or. La part de médailles d'or est $\frac{4}{12} = \frac{1}{3} \approx 33\%$. Comme $(33\%)^3 < 35\%$, l'affirmation est **fausse**.

6. Le total est la somme des médailles d'or, d'argent et de bronze, donc on a pu saisir en F2 : **=SOMME(C2:E2)** (ou **=C2+D2+E2**).

À retenir : la médiane d'une série de nombre pair de valeurs est la moyenne des deux valeurs centrales, après avoir rangé la série dans l'ordre croissant.

Corrigé de l'exercice 5 : tirages dans deux urnes et Scratch

Les tirages possibles sont les couples (bleue ; rouge) : 3 choix pour la bleue et 4 pour la rouge, donc $(3 \times 4 = 12)$ tirages équiprobables.

1. a. L'évènement « On obtient deux nombres premiers » est **possible** : par exemple (2 ; 2) ou (3 ; 5). L'évènement « La somme des deux nombres est égale à 12 » est **impossible** : la somme maximale est $(4 + 5 = 9)$.

1. b. Les nombres premiers parmi les boules bleues sont 2 et 3 (4 n'est pas premier) : 2 choix. Parmi les rouges, 2, 3 et 5 : 3 choix. Il y a $(2 \times 3 = 6)$ tirages favorables : (2 ; 2), (2 ; 3), (2 ; 5), (3 ; 2), (3 ; 3), (3 ; 5). La probabilité est $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

2. Un « double » correspond aux tirages (2 ; 2), (3 ; 3) et (4 ; 4) : il y en a 3 sur 12. La probabilité est $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

3. a. On simule 1 000 expériences, donc **A = 1000**. La boule bleue porte un numéro de 2 à 4 : **B = 4**. La boule rouge porte un numéro de 2 à 5 : **C = 5**.

3. b. Il faut tirer deux nouvelles boules à chaque répétition, avant de comparer. Le bloc « Tirer deux boules » se place **à l'intérieur de la boucle « répéter », avant le « si »**.

3. c. Le compteur doit être remis à zéro une seule fois, au début du programme. Le bloc « mettre Nombre de doubles à 0 » se place **juste sous « quand le drapeau vert est cliqué », avant la boucle « répéter »**.

3. d. La fréquence est le nombre de doubles divisé par le nombre d'expériences (1 000). C'est donc la **proposition** ②, « dire Nombre de doubles / 1000 ». Cette valeur devrait être proche de $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire de 0,25.

À retenir : pour un tirage successif dans deux urnes, on compte les couples possibles (ici 12), puis les couples favorables ; dans un script de simulation, le compteur se remet à zéro avant la boucle et le tirage se fait à chaque tour.