

Brevet de maths 2020 Centres étrangers

septembre

Corrigé du brevet de maths

Ce corrigé du brevet de septembre 2020 (Centres étrangers) détaille les cinq exercices. Tu y trouveras une soustraction de fractions, un plus grand diviseur commun lu sur une décomposition, la comparaison de deux longueurs en écriture scientifique, le volume d'une boule et un test de Pythagore. Pour les boules de pétanque, on calcule une moyenne pondérée, une médiane et une proportion à comparer à un tiers. Suivent un programme de calcul traité avec une identité remarquable, le téléphérique de Grenoble (sinus, vitesse, tarifs) et un script Scratch dont chaque triangle est une réduction du précédent. Chaque réponse est justifiée pas à pas pour que tu repères ce qu'il te reste à revoir.

Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : sept questions indépendantes
- Corrigé de l'exercice 2 : statistiques sur des boules de pétanque
- Corrigé de l'exercice 3 : programme de calcul, factorisation et fonction
- Corrigé de l'exercice 4 : le téléphérique de Grenoble
- Corrigé de l'exercice 5 : triangles équilatéraux emboîtés en Scratch

Corrigé de l'exercice 1 : sept questions indépendantes

1. La multiplication est prioritaire : $\frac{5}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{24}$. On met ensuite sur le dénominateur 24 : $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$. Donc

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{24} = \frac{21}{24} - \frac{5}{24} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

Le résultat est $\frac{2}{3}$ (on a simplifié par 8).

2. Les facteurs premiers communs à $(342 = 2 \times 3^2 \times 19)$ et $(380 = 2^2 \times 5 \times 19)$ sont 2 (une fois au minimum) et 19. Le plus grand diviseur commun est donc $(2 \times 19 =)$ **38**.

3. On écrit les deux longueurs avec la même puissance de dix : $(0{,}9 \times 10^{-5} = 900 \times 10^{-8})$. Comme $(11 < 900)$, on a **(11×10^{-8}) m** (**$(0{,}9 \times 10^{-5})$ m** : la première longueur est la plus petite).

4. Le rayon est $(r = \frac{6}{2} = 3)$ cm, donc $(V = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = \frac{4}{3} \times 27 \times \pi = 36\pi \approx 113{,}1)$. Le volume est d'environ **113 cm³**.

5. Le plus grand côté mesure 6,4 cm. On compare $6^2 + 4^2 = 40$ avec $3^2 + 5^2 = 34$. Comme $40 \neq 34$, l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée : le triangle **n'est pas rectangle**.

6. Si j est le nombre de boules jaunes, la probabilité vaut $\frac{j}{20} = \frac{1}{5}$. Donc $j = \frac{20}{5} = 4$: il y a **4 boules jaunes**.

7. La roue a 12 secteurs identiques. Les secteurs gris portent 2, 5, 8, 13, 15 et 23. Parmi eux, les nombres premiers sont 2, 5, 13 et 23 (8 et 15 n'en sont pas). Il y a 4 cas favorables sur 12, soit $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

À retenir : pour le plus grand diviseur commun, on lit les facteurs premiers communs avec leur plus petit exposant ; pour tester un triangle rectangle, on compare le carré du plus grand côté à la somme des deux autres carrés.

Corrigé de l'exercice 2 : statistiques sur des boules de pétanque

1. Le plus grand diamètre est 8,2 cm et l'étendue vaut 12 mm, soit 1,2 cm. Le plus petit diamètre est donc $8 - 1 = 7$ cm. Tous les diamètres écrits dans le tableau sont supérieurs à 7,05 cm, donc la plus petite boule est celle dont le diamètre n'est pas donné, celle de 620 g. Son diamètre est bien **7 cm**.

2. a. Il y a $(1+2+4+5+2+3+4+1+1+2+2+2+1=30)$ boules. On calcule la masse totale :

$$620 + 2 \times 626 + 4 \times 633 + 5 \times 655 + 2 \times 678 + 3 \times 725 + 4 \times 758 + 767 + 775 + 2 \times 790 + 2 \times 800 + 2 \times 805 + 813 = 21\,387$$

La masse moyenne est $\frac{21\,387}{30} = 712,9$ g. Cette valeur est supérieure à 626 g : **la moyenne est bien supérieure ou égale à 626 g** (elle vaut 712,9 g).

b. Il y a 30 boules, un nombre pair : la médiane est la moyenne des 15^e et 16^e masses rangées dans l'ordre croissant. Les effectifs cumulés sont 1, 3, 7, 12, 14 puis 17 pour la masse 725 g. Les 15^e et 16^e valeurs valent donc toutes deux 725. La médiane est **725 g**.

3. On compte les boules refusées en compétition (diamètre entre 7,05 et 8 cm, masse entre 650 et 800 g) :

- masse inférieure à 650 g : $(1+2+4=7)$ boules (620 g, 626 g et 633 g) ;
- diamètre supérieur à 8 cm : $(2+2+1=5)$ boules (8,1 cm et 8,2 cm), dont les masses de 800, 805 et 813 g ; ces boules ne sont pas déjà comptées dans la ligne précédente.

Cela fait $(7+5=12)$ boules refusées sur 30. Or $\frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0,4$ et $\frac{1}{3} \approx 0,33$, donc $0,4 > \frac{1}{3}$. **Oui**, on peut affirmer qu'au moins un tiers des boules ne seraient pas acceptées.

À retenir : avec une série donnée par effectifs, la moyenne est la somme des produits «

valeur $\times$ effectif » divisée par l'effectif total, et la médiane se trouve avec les effectifs cumulés.

Corrigé de l'exercice 3 : programme de calcul, factorisation et fonction

1. a. Avec 3 : $(3+2=5)$, $(5^2=25)$, puis $(25-9=16)$. On obtient bien **16**.

b. Avec (-6) : $(-6+2=-4)$, $((-4)^2=16)$, puis $(16-9=7)$. Le résultat est **7**.

2. Avec (x) : $(x+2)$, puis $((x+2)^2)$, puis le résultat **$((x+2)^2-9)$** .

3. a. Comme $(9=3^2)$, on reconnaît une différence de deux carrés $(a^2-b^2=(a-b)(a+b))$ avec $(a=x+2)$ et $(b=3)$:

$$[(x+2)^2-3^2=(x+2-3)(x+2+3)=(x-1)(x+5)]$$

On retrouve bien la forme **$((x+5)(x-1))$** .

b. Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul : $(x+5=0)$ donne $(x=-5)$ et $(x-1=0)$ donne $(x=1)$. Il faut choisir **(-5) ou 1**.

c. Avec $(x=0)$ on obtient $((0+5)(0-1)=-5)$, qui est négatif. Une valeur possible est **$(x=0)$** (n'importe quel nombre strictement compris entre (-5) et 1 convient aussi).

4. On développe : $((x+2)^2-9=x^2+4x+4-9=)$ **(x^2+4x-5)** .

5. a. La fonction (f) contient un terme en (x^2) : elle n'est pas de la forme $(ax+b)$. **Ce n'est pas une fonction affine.**

b. On résout $(f(x)=-5)$, soit $(x^2+4x-5=-5)$, donc $(x^2+4x=0)$, puis $(x(x+4)=0)$. Les solutions sont $(x=0)$ et $(x=-4)$. Les antécédents de (-5) sont **0 et (-4)** .

À retenir : une expression du type $((x+2)^2-9)$ est une différence de carrés ; la forme factorisée sert à résoudre « $= 0$ », la forme développée à reconnaître une fonction et à calculer les antécédents.

Corrigé de l'exercice 4 : le téléphérique de Grenoble

1. Le dénivelé est la différence d'altitude entre l'arrivée et le départ :

$$[\text{AH}]=475-213=262 \text{ m. On retrouve bien } \mathbf{262 \text{ m.}}$$

2. Le triangle ADH est rectangle en H, l'hypoténuse est [AD] de longueur 673 m et le côté opposé à l'angle $(\widehat{\text{ADH}})$ est [AH]. Donc

$$[\sin \widehat{\text{ADH}}]=\frac{[\text{AH}]}{[\text{AD}]}=\frac{262}{673}\approx 0{,}389$$

La calculatrice donne $\widehat{\text{ADH}} \approx 22,9^\circ$.

3. D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ADH rectangle en H :

$\text{DH}^2 = 673^2 - 262^2 = 452\,929 - 68\,644 = 384\,285$, donc $\text{DH} \approx 619{,}9$ m. La pente vaut $\frac{262}{619{,}9} \approx 0{,}423$, soit environ 42 %. Comme $42\% < 50\%$, **la pente n'est pas supérieure à 50 %**.

4. a. Le trajet de 673 m dure $4 \times 60 = 240$ secondes. La vitesse est

$\frac{673}{240} \approx 2{,}80$, soit environ **2,8 m/s**.

b. La vitesse étant constante, en 3 minutes sur 4 la cabine a parcouru les $\frac{3}{4}$ du trajet, donc elle a gagné les $\frac{3}{4}$ du dénivelé : $\frac{3}{4} \times 262 = 196{,}5$ m. L'altitude est $(213 + 196{,}5) =$ **409,5 m**.

5. Les deux parents paient le plein tarif : $(2 \times 5{,}60 = 11{,}20)$ €. Soit (n) le nombre d'enfants de moins de 15 ans ; il y a donc $(5-n)$ enfants de 15 à 18 ans. Le total payé est

$$11{,}20 + 3{,}20n + 4{,}20(5-n) = 30{,}20$$

soit $(32{,}20 - n = 30{,}20)$, donc $(n=2)$. Dans la famille Dupond, **2 enfants** ont moins de 15 ans. Vérification : $(11{,}20 + 2 \times 3{,}20 + 3 \times 4{,}20 = 11{,}20 + 6{,}40 + 12{,}60 = 30{,}20)$.

À retenir : dans un triangle rectangle, le sinus relie l'angle, le côté opposé et l'hypoténuse ; avec une vitesse constante, la distance, le temps et l'altitude gagnée sont proportionnels.

Corrigé de l'exercice 5 : triangles équilatéraux emboîtés en Scratch

1. a. La figure 1 comporte le grand triangle et cinq triangles plus petits, soit 6 triangles. Il faut donc répéter 6 fois le bloc : la valeur effacée à la ligne 8 est **6**.

b. Un triangle équilatéral a trois angles de 60° . Pour le tracer, le lutin tourne chaque fois d'un angle extérieur de $(180 - 60 = 120)$ degrés. Vérification : $(3 \times 120 = 360)$, le lutin revient à son orientation de départ. La valeur effacée à la ligne 4 est **120**.

2. Au départ la variable côté vaut 125. Après le premier triangle, elle devient $(125 \times 0{,}8 = 100)$. Le deuxième triangle a donc pour côté **100 pixels**.

3. Affirmation 1 : vraie. Multiplier par 0,8 revient à retirer 20 % : $(1 - \frac{20}{100} = 0{,}8)$. Le côté diminue donc bien de 20 % d'un triangle au suivant.

Affirmation 2 : vraie. Quand les longueurs sont multipliées par (k) , les aires sont multipliées par (k^2) . Ici $(0{,}8^2 = 0{,}64)$, donc l'aire est bien multipliée par 0,64.

4. a. À chaque étape, le lutin repart du même point (en bas à gauche) avec la même orientation, et la longueur du côté est multipliée par 0,8. Le triangle suivant est l'image du

précédent par **une homothétie de centre le sommet de départ (le point de coordonnées $((0,;0))$ et de rapport 0,8.**

b. Pour obtenir un agrandissement, le rapport de l'homothétie doit être supérieur à 1. Il suffit de choisir par exemple $(k=1{,}2)$ (toute valeur strictement supérieure à 1 convient).

À retenir : multiplier une longueur par (k) multiplie l'aire par (k^2) ; une réduction ou un agrandissement de même centre s'appelle une homothétie, de rapport inférieur à 1 pour une réduction et supérieur à 1 pour un agrandissement.