

Brevet de maths 2021 Centres étrangers

Corrigé du brevet de maths

Ce corrigé du brevet des centres étrangers de juin 2021 reprend les cinq exercices un par un. Tu y verras comment lire un pavage avec symétrie, translation et homothétie, comment trouver le volume d'une boule, comment dresser le tableau des issues de deux dés, comment **développer et factoriser** avec des programmes de calcul, comment utiliser Thalès et la trigonométrie pour une montée à vélo, et comment comparer trois tarifs de ski avec des fonctions affines. Compare chaque résultat avec ta propre copie.

Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : questions variées
- Corrigé de l'exercice 2 : probabilités avec des dés
- Corrigé de l'exercice 3 : programmes de calcul
- Corrigé de l'exercice 4 : la montée du col de Hardknott
- Corrigé de l'exercice 5 : les formules de la station de ski

Corrigé de l'exercice 1 : questions variées

1. On divise 360 par les plus petits nombres premiers possibles : $(360 = 2 \times 180 = 2 \times 2 \times 90 = 2 \times 2 \times 2 \times 45 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 15 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5)$.

Donc $(360 = \mathbf{2^3 \times 3^2 \times 5})$.

2. a. Dans une symétrie d'axe (BD), le point B et le point J sont sur l'axe : ils restent à leur place. Le point E, de l'autre côté de l'axe, a pour symétrique le point F (la figure est symétrique par rapport à la droite (BD)). Le triangle BEJ a donc pour image le triangle **BFJ**.

b. La translation qui transforme E en B se lit sur la figure : on descend d'une case en diagonale vers la gauche. Elle envoie A sur E, M sur F et H sur M. Le triangle AMH a donc pour image le triangle **EFM**.

c. Les deux triangles AIH et AMD ont le sommet A en commun. Le point I est le milieu de [AM] et H est le milieu de [AD] : $AM = 2 \times AI$ et $AD = 2 \times AH$. Le triangle AMD est un agrandissement du triangle AIH. On passe donc de AIH à AMD par une **homothétie de centre A et de rapport 2**.

3. On simplifie avant de multiplier : $(\frac{15}{6} \times \frac{7}{25} = \frac{5}{2} \times \frac{7}{25} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10})$.

Puis on réduit au même dénominateur : $(\frac{7}{2} + \frac{7}{10} = \frac{35}{10} + \frac{7}{10} = \frac{42}{10} = \frac{21}{5})$.

Le résultat est $\left(\frac{21}{5}\right)$, fraction irréductible car 21 et 5 n'ont aucun diviseur commun autre que 1.

4. Le rayon de la Lune est la moitié du diamètre : $(3\,474 \div 2 = 1\,737)$ km. Le volume d'une boule est $(V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3)$, donc :

$$[V = \frac{4}{3} \times \pi \times 1\,737^3 \approx 2\,195 \times 10^{10} \text{ km}^3]$$

La bonne réponse est la **réponse D** : $(2 \times 10^{10} \text{ km}^3)$. Les autres valeurs sont beaucoup trop grandes ou trop petites : par exemple $(1\,737^3)$ est de l'ordre de (5×10^9) , et on le multiplie par environ 4,2.

5. Le triangle RST est rectangle en S, son hypoténuse est donc [RT]. On vérifie d'abord les données : $(10^2 + 24^2 = 100 + 576 = 676 = 26^2)$, elles sont cohérentes.

Pour l'angle $(\widehat{\text{STR}})$, on utilise le sinus : $(\sin \widehat{\text{STR}} = \frac{\text{RS}}{\text{RT}} = \frac{10}{26})$, d'où $(\widehat{\text{STR}} \approx 22,6^\circ)$, soit **23°** à l'unité près.

Les deux angles aigus sont complémentaires : $(\widehat{\text{SRT}} = 90 - 22,6 \approx 67,4)$, soit **67°** à l'unité près.

Le périmètre est $(\mathcal{P} = 10 + 24 + 26 = \mathbf{60 \text{ mm}})$. L'aire est $(\mathcal{A} = \frac{10 \times 24}{2} = \mathbf{120 \text{ mm}^2})$.

Longueurs	Angles	Périmètre du triangle RST	Aire du triangle RST
RS = 10 mm	$(\widehat{\text{RST}} = 90^\circ)$	$(\mathcal{P} = 60 \text{ mm})$	$(\mathcal{A} = 120 \text{ mm}^2)$
ST = 24 mm	$(\widehat{\text{STR}} \approx 23^\circ)$		
RT = 26 mm	$(\widehat{\text{SRT}} \approx 67^\circ)$		

À retenir : pour une transformation, repère où vont les sommets sur le quadrillage de la figure ; pour un angle dans un triangle rectangle, choisis cosinus, sinus ou tangente selon les côtés connus.

Corrigé de l'exercice 2 : probabilités avec des dés

Partie 1

1. Les issues possibles sont **1, 2, 3, 4, 5 et 6**.

2. Le dé est équilibré : les six issues ont la même probabilité. Donc $(p(A) = \mathbf{\frac{1}{6}})$.

3. Les nombres impairs sont 1, 3 et 5 : il y en a 3 sur 6. Donc $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Partie 2

1. Avec deux dés, le score maximal est $(6 + 6 = 12)$. Obtenir 13 est impossible : $P(C) = \frac{0}{36}$. Un tel événement s'appelle un **événement impossible**.

2. a. Chaque case contient la somme du numéro de la ligne (dé rouge) et de celui de la colonne (dé vert). On retrouve bien le 7 de la ligne 3, colonne 4 et le 6 de la ligne 4, colonne 2.

Dé rouge \ Dé vert	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

b. Les scores possibles sont **2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 et 12** (11 scores différents).

3. Le tableau compte $(6 \times 6 = 36)$ cases, toutes de même probabilité.

a. Le score 10 apparaît dans 3 cases (4 et 6, 5 et 5, 6 et 4). Donc $P(D) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

b. Les multiples de 4 possibles sont 4, 8 et 12. Le score 4 apparaît 3 fois, le score 8 apparaît 5 fois, le score 12 apparaît 1 fois : $(3 + 5 + 1 = 9)$ cases. Donc $P(E) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

c. Nombres premiers possibles : 2, 3, 5, 7 et 11. Dans le tableau, 2 apparaît 1 fois, 3 apparaît 2 fois, 5 apparaît 4 fois, 7 apparaît 6 fois, 11 apparaît 2 fois, soit $(1 + 2 + 4 + 6 + 2 = 15)$ cases. Scores strictement supérieurs à 7 : 8 apparaît 5 fois, 9 apparaît 4 fois, 10 apparaît 3 fois, 11 apparaît 2 fois, 12 apparaît 1 fois, soit $(5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15)$ cases. Les deux événements ont la même probabilité $(\frac{15}{36} = \frac{5}{12})$: **le score a autant de chances d'être premier que d'être strictement supérieur à 7.**

À retenir : avec deux dés, dresse le tableau des 36 cases équiprobables, puis compte les cases favorables à chaque événement.

Corrigé de l'exercice 3 : programmes de calcul

1. a. Programme A avec 1 : « nombre choisi » vaut 1, puis Valeur 1 $(= 1 + 1 = 2)$, Valeur 2 $(= 3 \times 2 = 6)$, résultat $(= 6 - 3 = 3)$. Le programme affiche bien « **On obtient 3** ».

b. Programme B avec 2 : Valeur 1 $(= 2 + 3 = 5)$, Valeur 2 $(= 2 - 5 = -3)$, résultat $(= 5 \times (-3) = -15)$. Le programme affiche bien « **On obtient (-15)** ».

2. Avec (x) : on multiplie par 7, ce qui donne $(7x)$, on ajoute 3 : $(7x + 3)$, puis on soustrait (x) : $(7x + 3 - x)$. L'expression obtenue est **$(6x + 3)$** .

3. Regardons chaque programme avec (x) comme nombre de départ.

Programme A : $(3(1 + x) - 3 = 3 + 3x - 3 = 3x)$. On obtient toujours le triple du nombre choisi.

Programme B : $((x + 3)(x - 5) = x^2 - 5x + 3x - 15 = x^2 - 2x - 15)$, ce qui n'est pas $(3x)$ en général (par exemple avec 2 on a trouvé (-15) , pas 6).

Programme C : $(6x + 3)$, qui vaut 3 pour $(x = 0)$, alors que le triple de 0 est 0. Ce n'est pas toujours $(3x)$.

L'élève a donc **raison** : c'est le programme A qui donne toujours le triple du nombre choisi.

4. a. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul : $(x + 3 = 0)$ ou $(x - 5 = 0)$. Les solutions sont **$(x = -3)$ et $(x = 5)$** .

b. D'après la question 3, le programme B renvoie $((x + 3)(x - 5))$. Il affiche « On obtient 0 » exactement quand ce produit est nul, donc pour les nombres de départ **(-3) et (5)** .

5. On cherche (x) tel que le programme C et le programme A donnent le même résultat : $(6x + 3 = 3x)$. On retire $(3x)$ de chaque côté : $(3x + 3 = 0)$, puis $(3x = -3)$. Donc **$(x = -1)$** .

Vérification : le programme A donne $(3 \times (-1) = -3)$ et le programme C donne $(6 \times (-1) + 3 = -3)$.

À retenir : pour comparer des programmes de calcul, traduis chacun en expression avec (x) , développe, puis résous l'équation obtenue ; une équation produit nul se résout facteur par facteur.

Corrigé de l'exercice 4 : la montée du col de Hardknott

1. Le dénivelé est la différence d'altitude entre l'arrivée et le départ : $(393 - 251 = \mathbf{142})$ m, donc **$(\text{EC}) = 142$** m.

2. a. Les droites (DB) et (EC) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AC). Or deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles : **(DB) // (EC)**.

b. Les points A, D, E sont alignés, les points A, B, C sont alignés, et (DB) // (EC). On applique le théorème de Thalès dans les triangles ABD et ACE :

$$\frac{\text{AD}}{\text{AE}} = \frac{\text{DB}}{\text{EC}} \quad \text{donc} \quad$$

$$\frac{51,25}{\text{AE}} = \frac{11,25}{142}$$

On en déduit $\text{AE} = \frac{51,25 \times 142}{11,25} \approx 646,9$ m.
Comme D est entre A et E :

$$\text{DE} = \text{AE} - \text{AD} \approx 646,9 - 51,25 \approx 595,6$$

Au mètre près, **DE $\approx$ 596 m.**

3. À 8 km/h, Aurélie parcourt 8 000 m en 60 min. Le temps pour 596 m est donc proportionnel :

$$t = \frac{596}{8\,000} \times 60 = 4,47 \text{ min}$$

Cela fait environ 4 minutes. Partie à 9 h 55, Aurélie arrivera à **9 h 59**.

4. Dans le triangle ABD rectangle en B, le théorème de Pythagore donne $\text{AB}^2 = \text{AD}^2 - \text{DB}^2 = 51,25^2 - 11,25^2 = 2\,626,5625 - 126,5625 = 2\,500$, donc $\text{AB} = 50$ m.

Les triangles ABD et ACE sont en situation de Thalès, donc $\frac{\text{DB}}{\text{EC}} = \frac{\text{AB}}{\text{AC}}$, c'est-à-dire que le rapport « hauteur sur longueur horizontale » est le même dans les deux triangles. On peut donc calculer la pente avec le petit triangle :

$$\text{pente} = \frac{\text{EC}}{\text{AC}} = \frac{\text{DB}}{\text{AB}} = \frac{11,25}{50} = 0,225 = \frac{22,5}{100}$$

On peut aussi le vérifier avec les grandes longueurs : $\text{AC} = \frac{50 \times 142}{11,25} \approx 631,1$ m et $\frac{142}{631,1} \approx 0,225$.

La pente de la route est bien de **22,5 %**.

À retenir : avec deux droites parallèles coupant deux droites sécantes, pense à Thalès ; la pente est un rapport (dénivelé sur longueur horizontale), qui reste le même dans deux triangles agrandis l'un de l'autre.

Corrigé de l'exercice 5 : les formules de la station de ski

1. Formule A : $36,5 \times 6 = 219$ et $36,5 \times 10 = 365$. Formule B : $(90 + 18,5) \times 6 = 90 + 111 = 201$ et $(90 + 18,5) \times 10 = 90 + 185 = 275$.
Formule C : le prix ne change pas, 448,50 €.

Nombre de journées de ski	2	6	10
Formule A	73 €	219 €	365 €
Formule B	127 €	201 €	275 €

Formule C	448,50 €	448,50 €	448,50 €
-----------	----------	----------	----------

2. a. Une situation de proportionnalité correspond à une fonction linéaire, de la forme $(x \mapsto ax)$. Seule la fonction (h) est de cette forme.

b. La formule A coûte 36,50 € par jour, sans frais fixes : c'est (h) . La formule B a 90 € de frais fixes puis 18,50 € par jour : c'est (f) . La formule C a un prix constant : c'est (g) .

c. On résout $(h(x) = f(x))$, c'est-à-dire $(36,5x = 90 + 18,5x)$. On enlève $(18,5x)$ de chaque côté : $(18x = 90)$, donc $(x = \frac{90}{18} = 5)$.

Les formules A et B coûtent pareil pour **5 journées de ski** (dans les deux cas $(36,5 \times 5 = 182,5)$ €).

3. a. (d_1) est la droite horizontale : c'est (g) (448,5). (d_2) passe par l'origine : c'est (h) . (d_3) part de 90 sur l'axe des ordonnées : c'est (f) .

b. Avec 320 €, la formule C (448,50 €) est trop chère. Au-delà de 5 journées, la formule B est la moins chère. On lit où la droite (d_3) atteint 320 : un peu après 12 journées (320 est atteint pour $(x \approx 12,4)$). Avec la formule B, Marin peut donc skier **12 journées** (elles lui coûtent $(90 + 18,5 \times 12 = 312)$ €). Avec la formule A, il ne pourrait skier que 8 journées.

c. Pour les grands nombres de journées, la formule A est plus chère que la formule B ; il faut donc comparer B et C. La droite (d_1) passe sous (d_3) à partir de $(x \approx 19,4)$: on cherche $(90 + 18,5x > 448,5)$, soit $(x > \frac{358,5}{18,5} \approx 19,4)$. La formule C devient avantageuse à partir de **20 journées de ski**.

À retenir : un tarif avec un prix fixe et un prix par jour correspond à une fonction affine, un tarif proportionnel à une fonction linéaire ; pour comparer deux tarifs, on lit l'intersection des droites ou on résout une équation.