

Brevet de maths 2022 Amérique du Nord

Corrigé du brevet de maths

Ce corrigé du brevet Amérique du Nord, session du 3 juin 2022, reprend les cinq exercices dans l'ordre. Tu y revois comment enchaîner Pythagore, Thalès et la trigonométrie dans deux triangles imbriqués, puis ce que devient une aire quand on agrandit une figure. Tu y trouves ensuite la méthode pour chaque question du QCM, le calcul de la moyenne et de la médiane d'une pratique sportive, la lecture d'un script Scratch et le dénombrement de ses résultats, enfin la démonstration par factorisation qu'un programme de calcul donne toujours un nombre pair.

Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : deux triangles imbriqués, Thalès et agrandissement
- Corrigé de l'exercice 2 : QCM (probabilité, proportions, fonction linéaire, volume)
- Corrigé de l'exercice 3 : pratique physique, statistiques et moyenne
- Corrigé de l'exercice 4 : jeu de hasard programmé en Scratch
- Corrigé de l'exercice 5 : programme de calcul et démonstrations

Corrigé de l'exercice 1 : deux triangles imbriqués, Thalès et agrandissement

1. Le triangle HMS est rectangle en H. Le théorème de Pythagore s'écrit $MS^2 = MH^2 + HS^2$, donc :

$$HS^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144.$$

HS est une longueur, donc positive : $HS = \sqrt{144} = 12$ cm.

2. Les droites (HS) et (AT) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (HT) : elles sont parallèles. Les droites (HT) et (AS) se coupent en M, avec H, M, T alignés et S, M, A alignés. Le théorème de Thalès donne :

$$\frac{MH}{MT} = \frac{MS}{MA} = \frac{HS}{AT}, \quad \text{donc} \quad \frac{5}{7} = \frac{12}{AT}.$$

Par le produit en croix, $AT = \frac{12 \times 7}{5} = \frac{84}{5} = 16,8$ cm.

3. Dans le triangle HMS rectangle en H, le côté MH est adjacent à l'angle $\widehat{HMS}$ et MS est l'hypoténuse :

$$\cos \widehat{HMS} = \frac{MH}{MS} = \frac{5}{13}.$$

La calculatrice (touche $\cos^{-1}$) donne $\widehat{\text{HMS}} \approx 67{,}4^\circ$, soit **67°** au degré près.

4. Le triangle MAT est un agrandissement du triangle MHS (le rapport vaut $\frac{7}{5}$) : les longueurs ne sont pas conservées, ce qui exclut les symétries, la rotation et la translation, qui conservent les longueurs. La transformation est **une homothétie** (de centre M, de rapport $\frac{7}{5}$) puisque H et T, S et A sont de part et d'autre de M).

5. L'affirmation est **fausse**. Le triangle MAT est un agrandissement du triangle MHS de rapport $(k = 1{,}4)$. Les longueurs sont multipliées par $(1{,}4)$, mais les aires sont multipliées par $(k^2 = 1{,}4^2 = 1{,}96)$. Vérification : $\mathcal{A}_{\text{MHS}} = \frac{5 \times 12}{2} = 30 \text{ cm}^2$ et $\mathcal{A}_{\text{MAT}} = \frac{7 \times 16}{2} = 56 \text{ cm}^2$, et $\frac{56}{30} = 1{,}86$, pas $(1{,}4)$.

À retenir : dans un agrandissement de rapport (k) , les longueurs sont multipliées par (k) et les aires par (k^2) .

Corrigé de l'exercice 2 : QCM (probabilité, proportions, fonction linéaire, volume)

1. Le dé est équilibré, les 20 faces ont la même probabilité. Les numéros inférieurs ou égaux à 5 sont 1, 2, 3, 4 et 5, soit 5 issues favorables : $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$. Réponse **B**.

2. La boisson contient $(1 + 7 = 8)$ parts, dont 7 d'eau. Une part vaut $(560 \div 8 = 70)$ mL, donc l'eau représente $(7 \times 70 = 490)$ mL. Réponse **D**.

3. Une fonction linéaire s'écrit $(f(x) = ax)$, ce qui exclut les réponses A et D. Avec $(f(\frac{4}{5}) = 1)$, on a $(a \times \frac{4}{5} = 1)$, donc $(a = \frac{5}{4})$. Réponse **C**.

4. Une décomposition en facteurs premiers n'a que des nombres premiers : $(3 \times 5 \times 13 = 195)$, et 3, 5, 13 sont premiers. Dans les autres propositions, 39 et 65 ne sont pas premiers, et la réponse C est une somme. Réponse **B**.

5. Le volume d'un prisme est l'aire de sa base multipliée par sa hauteur. La base est un triangle rectangle de côtés de l'angle droit 5 cm et 3 cm : $\mathcal{A} = \frac{5 \times 3}{2} = 7{,}5 \text{ cm}^2$. La hauteur du prisme est 8 cm, donc $(V = 7{,}5 \times 8 = 60 \text{ cm}^3)$. Réponse **B**.

À retenir : pour un QCM, calcule d'abord la réponse de ton côté avant de regarder les propositions, puis élimine celles qui ne respectent pas la forme demandée.

Corrigé de l'exercice 3 : pratique physique, statistiques et moyenne

1. On calcule 81 % de 1,6 million :

$$0{,}81 \times 1\,600\,000 = 1\,296\,000.$$

Environ **1 296 000 adolescents** (1,296 million) ne respectent pas la recommandation.

2. a. La plus grande durée est 1 h 40 min (jour 4), la plus petite est 0 min (jour 14).
L'étendue est la différence : **1 h 40 min** (100 minutes).

b. On range les 14 durées par ordre croissant, en minutes : 0 ; 15 ; 15 ; 30 ; 30 ; 40 ; **50** ; **60** ; 60 ; 60 ; 60 ; 90 ; 90 ; 100. Il y en a 14, donc la médiane est la moyenne de la 7^e et de la 8^e valeur : $\left(\frac{50 + 60}{2}\right) = 55$. Une médiane est **55 min**.

3. a. On additionne toutes les durées en minutes :

$$50 + 15 + 60 + 100 + 30 + 90 + 40 + 15 + 60 + 90 + 30 + 60 + 60 + 0 = 700.$$

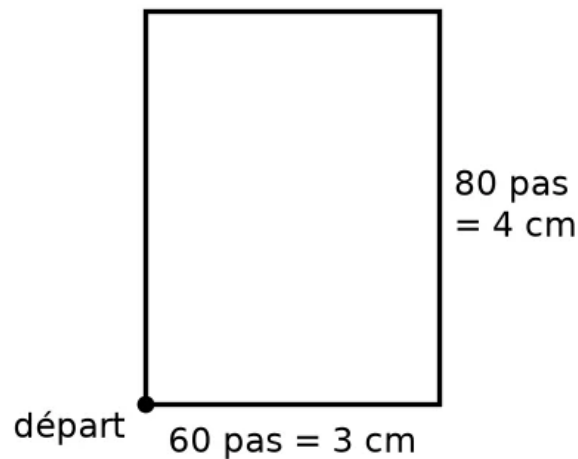
La moyenne sur 14 jours est $\left(\frac{700}{14}\right) = 50$ minutes par jour, inférieure à 60 minutes : **l'objectif n'est pas atteint**.

b. Pour avoir 60 minutes par jour en moyenne sur 21 jours, il faut au total $(21 \times 60 = 1260)$ minutes. Il en a déjà fait 700, donc il lui reste à faire au minimum $(1260 - 700 = \mathbf{560})$ minutes en 7 jours, soit 9 h 20 min (80 minutes par jour en moyenne).

À retenir : pour atteindre une moyenne cible sur (N) valeurs, calcule d'abord le total nécessaire (N) fois la moyenne, puis retranche ce qui est déjà acquis.

Corrigé de l'exercice 4 : jeu de hasard programmé en Scratch

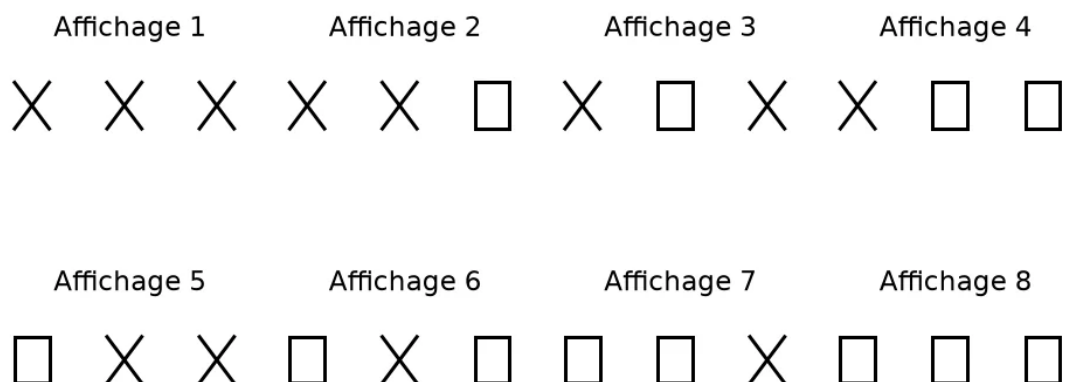
1. Dans le bloc « rectangle », le lutin avance de 60 pas (vers la droite), tourne de (90°) vers la gauche, avance de 80 pas (vers le haut), puis recommence : le rectangle mesure 60 pas de large et 80 pas de haut. Avec 1 cm pour 20 pas, cela donne $(60 \div 20 = 3)$ cm et $(80 \div 20 = 4)$ cm. On trace un rectangle de 3 cm de large et 4 cm de haut, dont le coin inférieur gauche est le point de départ du lutin :



2. À la fin du bloc, le lutin est revenu à son point de départ (coin inférieur gauche du rectangle), orienté vers la droite. À la ligne 9, il avance de 100 pas avant le motif suivant. Le rectangle fait 60 pas de large : la distance entre deux rectangles qui se suivent est $(d = 100 - 60 = \mathbf{40})$ pas.

3. La ligne 5 dessine une croix si le nombre aléatoire entre 1 et 2 vaut 1. Il y a deux nombres possibles, 1 et 2, qui ont la même probabilité, donc la probabilité que le premier motif soit une croix est $(\frac{1}{2})$.

4. Chacun des trois motifs est une croix ou un rectangle : $(2 \times 2 \times 2 = 8)$ affichages. Les voici (C pour croix, R pour rectangle) :



5. Le joueur gagne avec trois motifs identiques : trois croix (affichage 1) ou trois rectangles (affichage 8). Il y a 2 affichages gagnants sur 8, donc la probabilité de gagner est $(\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25)$.

6. Il faut que la probabilité d'une croix soit $(\frac{1}{3})$ et celle d'un rectangle

$\frac{2}{3}$). On choisit un nombre aléatoire entre 1 et 3 (trois issues équiprobables) et on dessine une croix pour une seule d'entre elles. L'instruction de la ligne 5 devient :

nombre aléatoire entre 1 et 3 = 1

À retenir : pour dénombrer les résultats de plusieurs tirages indépendants, multiplie le nombre d'issues de chaque tirage ; si toutes les issues sont équiprobables, la probabilité est le nombre d'issues favorables divisé par le nombre total.

Corrigé de l'exercice 5 : programme de calcul et démonstrations

Partie A

1. Avec 15 au départ : le carré est $(15^2 = 225)$, puis on ajoute 15 : $(225 + 15 = 240)$. On obtient bien **240**.

2. Dans la cellule B2, on veut le résultat pour le nombre de la cellule A2 : le carré de A2, puis l'ajout de A2. La formule saisie est **=A2^2+A2** (ou **=A2*A2+A2**).

3. Avec (x) au départ, on calcule d'abord le carré (x^2) , puis on ajoute (x) : le résultat est **$(x^2 + x)$** .

Partie B

2. Pour 9 au départ, le tableau donne 90 (ou : $(9^2 + 9 = 81 + 9 = 90)$). D'autre part l'entier qui suit 9 est 10, et $(9 \times 10 = 90)$. Les deux résultats sont égaux : l'affirmation est vraie pour 9.

3. Soit (x) un nombre entier de départ. Le résultat est $(x^2 + x)$. On factorise par (x) :

$$[x^2 + x = x(x + 1).]$$

Or $(x + 1)$ est l'entier qui suit (x) . Le résultat est donc toujours le produit du nombre de départ par l'entier suivant : **l'affirmation est vraie pour tout entier**.

4. D'après la question précédente, le résultat est $(x(x + 1))$, produit de deux entiers consécutifs. Or parmi deux entiers consécutifs, il y en a toujours un pair. Distinguons les deux cas :

- si (x) est pair, le produit $(x(x+1))$ est un multiple de (x) , donc pair ;
- si (x) est impair, alors $(x + 1)$ est pair, et le produit est un multiple de $(x + 1)$, donc pair.

Dans tous les cas, **le nombre obtenu à l'arrivée est pair**.

À retenir : pour démontrer une propriété sur tous les entiers, passe par une expression littérale et factorise ; un produit de deux entiers consécutifs est toujours pair.