

Brevet de maths 2022 France

Corrigé du brevet de maths

Ce corrigé du brevet 2022 (Métropole et Antilles-Guyane, 30 juin) reprend les cinq exercices dans l'ordre : mesure d'une rivière avec le **théorème de Thalès** puis Pythagore et un calcul de vitesse, QCM expliqué question par question, décomposition en facteurs premiers et PGCD pour des cartes Pokémon, développement et équation avec le script Scratch complété, enfin volume d'un cylindre et pourcentage de diminution pour la fuite d'eau. Tu y verras comment **rédigé** chaque justification et quels pièges éviter, par exemple les unités ou l'arrondi final.

Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : largeur d'une rivière, Thalès et vitesse
- Corrigé de l'exercice 2 : QCM
- Corrigé de l'exercice 3 : facteurs premiers, PGCD et probabilité
- Corrigé de l'exercice 4 : aires, Scratch et équation
- Corrigé de l'exercice 5 : fuite d'eau, volume et pourcentage

Corrigé de l'exercice 1 : largeur d'une rivière, Thalès et vitesse

1. Sur le schéma, les droites (AC) et (BD) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AB) (angles droits en A et en B). Or deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles : **(AC) et (BD) sont parallèles.**

2. Les points A, E, B sont alignés, ainsi que C, E, D, et (AC) // (BD). Le théorème de Thalès appliqué aux triangles EAC et EBD donne :

$$\frac{\mathrm{EA}}{\mathrm{EB}} = \frac{\mathrm{EC}}{\mathrm{ED}} = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BD}} \quad \text{donc} \quad \frac{20}{5} = \frac{\mathrm{AC}}{1}$$

Ainsi $\mathrm{AC} = \frac{20 \times 1}{5} = \mathbf{4 \text{ pas.}}$

3. On convertit en mètres, avec 1 pas = 0,65 m : $\mathrm{AC} = 4 \times 0,65 = 2,6$ m et $\mathrm{AE} = 20 \times 0,65 = 13$ m. Le triangle ACE est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore :

$$\mathrm{CE}^2 = \mathrm{AC}^2 + \mathrm{AE}^2 = 2,6^2 + 13^2 = 6,76 + 169 = 175,76$$

D'où $\mathrm{CE} = \sqrt{175,76} \approx 13,26$ m, soit **13,3 m** au décimètre près.

4. a. La vitesse est la distance divisée par la durée :

$$v = \frac{\text{CE}}{5} = \frac{13,3}{5} = \mathbf{2,66 \text{ m/s.}}$$

b. On convertit en km/h. En une heure, soit 3 600 secondes, le bâton parcourt $(2,66 \times 3\,600 = 9\,576)$ m, c'est-à-dire 9,576 km. Sa vitesse est donc de 9,576 km/h, qui est inférieure à 10 km/h : **l'affirmation est vraie.** (En utilisant la valeur non arrondie de CE, on trouve environ 9,54 km/h, même conclusion.)

À retenir : deux perpendiculaires à une même droite sont parallèles, ce qui autorise Thalès ; pour passer de m/s à km/h, multiplie par 3,6.

Corrigé de l'exercice 2 : QCM

Question 1 : réponse A. Les points A, B, E de la figure 1 se retrouvent en A', B', E' avec le même décalage, et la figure 2 a exactement la même forme, la même taille et la même orientation que la figure 1. Les segments AA', BB' et EE' sont parallèles et de même longueur : c'est une translation.

Question 2 : réponse B. La droite passe par le point de coordonnées $((1;2))$, donc $(g(1)=2)$: l'antécédent de 2 par (g) est 1.

Question 3 : réponse B. On calcule $(f(3)=3 \times 3^{2-7}=27-7=20)$. La réponse A est fausse car $(f(2)=3 \times 4^{-7}=5)$, et (f) n'est pas affine puisqu'elle contient (x^2) .

Question 4 : réponse B. On range les 13 valeurs dans l'ordre croissant : 3,41 ; 3,7 ; 4,01 ; 4,28 ; 4,3 ; 4,62 ; **4,91** ; 5,15 ; 5,25 ; 5,42 ; 5,82 ; 6,07 ; 6,11. L'effectif est impair (13) : la médiane est la 7^e valeur, soit 4,91 m.

Question 5 : réponse C. Les côtés correspondants sont [LA] et [BU] : le rapport d'agrandissement des longueurs est $(\frac{6}{2}=3)$. Les aires sont multipliées par le carré de ce rapport : $(3^2=9)$.

À retenir : dans un agrandissement de rapport (k) , les longueurs sont multipliées par (k) mais les aires par (k^2) ; pour une médiane, range d'abord toutes les valeurs.

Corrigé de l'exercice 3 : facteurs premiers, PGCD et probabilité

1. a. Dans une décomposition en facteurs premiers, tous les facteurs doivent être premiers. Or 9 et 21 ne le sont pas $(9=3 \times 3)$ et $(21=3 \times 7)$, ce qui exclut les propositions 1 et 2. Avec $(252=4 \times 63=2^2 \times 3^2 \times 7)$, c'est la **proposition 3.**

b. $(156=2 \times 78=2 \times 2 \times 39=2^2 \times 3 \times 13)$. La décomposition est $(2^2 \times 3 \times 13)$.

2. a. Pour que les paquets soient identiques avec toutes les cartes, le nombre de paquets doit diviser 252 et 156. Or $(156 \div 36 \approx 4,33)$: 36 ne divise pas 156. **Elle ne peut pas faire 36 paquets.**

b. Le nombre maximum de paquets est le plus grand diviseur commun de 252 et 156. Avec les décompositions précédentes, on garde les facteurs communs avec le plus petit exposant : $(2^2 \times 3 = 12)$. Elle peut faire au maximum **12 paquets**.

c. Chaque paquet contient $(252 \div 12 = 21)$ cartes « feu » et $(156 \div 12 = 13)$ cartes « terre ».

3. Elle possède $(252 + 156 = 408)$ cartes, toutes équiprobables. La probabilité de tirer une carte « terre » est

$$\frac{156}{408} = \frac{12 \times 13}{12 \times 34} = \frac{13}{34} \approx 0{,}38.$$

À retenir : le nombre maximal de paquets identiques se trouve avec le PGCD ; la décomposition en facteurs premiers le donne en gardant les facteurs communs aux plus petits exposants.

Corrigé de l'exercice 4 : aires, Scratch et équation

1. L'aire d'un carré de côté (x) est $(x \times x =)$ (x^2) : c'est la troisième proposition.

2. L'aire du rectangle est le produit de ses dimensions. On développe avec la double distributivité :

$$[(x-3)(x+7) = x^2 + 7x - 3x - 21 = x^2 + 4x - 21.]$$

3. Le programme calcule d'abord $(R = x \times x = x^2)$. Il faut ensuite ajouter le terme $(4x)$, puis le terme (-21) , et enfin afficher (R) :

- ligne 5 : « ajouter **4** * x à R » ;
- ligne 6 : « ajouter **-21** à R » ;
- ligne 7 : « dire regrouper L'aire du rectangle est et **R** pendant 2 secondes ».

4. Avec $(x=8)$: la ligne 4 donne $(R=8 \times 8=64)$; la ligne 5 ajoute $(4 \times 8=32)$, donc $(R=96)$; la ligne 6 ajoute (-21) , donc $(R=75)$. Le programme dit donc « L'aire du rectangle est 75 ». On retrouve bien $(8^2 + 4 \times 8 - 21 = 75)$.

5. On cherche (x) tel que l'aire du rectangle soit égale à celle du carré :

$$[x^2 + 4x - 21 = x^2 \text{ iff } 4x - 21 = 0 \text{ iff } 4x = 21 \text{ iff } x = \frac{21}{4} = 5{,}25.]$$

Le nombre cherché est **5,25**, valeur bien supérieure à 3 comme l'exige l'énoncé.

À retenir : en développant l'aire du rectangle, le terme (x^2) disparaît quand on l'égale à celle du carré : l'équation devient du premier degré.

Corrigé de l'exercice 5 : fuite d'eau, volume et pourcentage

1. Une goutte tombe chaque seconde. Une journée dure $(24 \times 3\,600 = 86\,400)$

secondes : il tombe donc **86 400 gouttes** par jour.

2. Comme 20 gouttes font 1 ml, une journée correspond à $(86\,400 \div 20 = 4\,320)$ ml, soit 4,32 litres. En une semaine : $(7 \times 4,32 =)$ **30,24 litres**.

3. On exprime les dimensions en décimètres pour obtenir des litres. Le rayon est $(40 \div 2 = 20)$ cm $(= 2)$ dm et la hauteur (15) cm $(= 1,5)$ dm. Donc

$$V = \pi \times 2^2 \times 1,5 = 6\pi \approx 18,85 \text{ dm}^3$$

Comme $(1 \text{ dm}^3 = 1)$ L, la vasque contient au plus **18,85 litres** (arrondi au centilitre).

4. En une semaine, la fuite apporte 30,24 L, alors que la vasque ne peut contenir que 18,85 L. Comme $(30,24 > 18,85)$ et que l'évacuation est fermée, **l'eau va déborder**.

5. La diminution est de $(165 - 148 = 17)$ litres. Le pourcentage de diminution est

$$\frac{17}{165} \times 100 \approx 10,3 \%$$

Arrondie à l'unité, la consommation quotidienne par habitant a diminué d'environ **10 %** entre 2004 et 2018.

À retenir : avant d'appliquer la formule du volume d'un cylindre, convertis toutes les dimensions dans la même unité ; un pourcentage de diminution se calcule en divisant la variation par la valeur de départ.