

Brevet de maths 2023 Amérique du Nord

Corrigé du brevet de maths

Ce corrigé du brevet d'Amérique du Nord (31 mai 2023) reprend chaque question dans l'ordre. Tu y retrouves les calculs de base (facteurs premiers, probabilités, développement, volume et agrandissement), la preuve qu'un triangle est rectangle puis Thalès et le cosinus, la lecture d'un diagramme avec un taux d'évolution, l'étendue, la moyenne et la médiane, la traduction d'un dessin en blocs Scratch et enfin un problème de piste de course avec périmètre, vitesse et prix. **Chaque résultat final est en gras** pour que tu vérifies rapidement tes réponses.

Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : cinq situations indépendantes
- Corrigé de l'exercice 2 : triangle rectangle, Thalès et aires
- Corrigé de l'exercice 3 : visiteurs d'un site et prix d'hôtels
- Corrigé de l'exercice 4 : la fleur en Scratch
- Corrigé de l'exercice 5 : la piste de l'hippodrome

Corrigé de l'exercice 1 : cinq situations indépendantes

Situation 1. On divise 780 par les nombres premiers successifs : $(780=2\times 390)$, $(390=2\times 195)$, $(195=3\times 65)$, $(65=5\times 13)$. Donc **$(780=2^2\times 3\times 5\times 13)$** .

Situation 2. Les 32 cartes ont la même chance d'être tirées.

a. Il n'y a qu'un seul 8 de pique : la probabilité est $(\frac{1}{32})$.

b. Il y a 4 rois et 8 cœurs, mais le roi de cœur est compté deux fois. Le nombre de cartes favorables est $(4+8-1=11)$. La probabilité est $(\frac{11}{32})$.

Situation 3. On développe avec la double distributivité : $(A=2x\times 3x+2x\times(-4)+5\times 3x+5\times(-4)=6x^2-8x+15x-20)$. Donc **$(A=6x^2+7x-20)$** .

Situation 4. Ce prisme droit a pour base un triangle rectangle de côtés de l'angle droit 80 cm et 60 cm (son hypoténuse mesure bien 100 cm, car $(80^2+60^2=100^2)$). La hauteur du prisme est la longueur de 120 cm.

a. L'aire de la base est $(\frac{80\times 60}{2}=2\,400\text{ cm}^2)$. Le volume est $(2\,400\times 120=)$ **$(288\,000\text{ cm}^3)$** .

b. Comme $(1\text{ dm}^3=1\,000\text{ cm}^3)$, on a $(288\,000\text{ cm}^3=288\text{ dm}^3)$, soit **288 L**.

Situation 5. Dans un agrandissement de coefficient (k) , les longueurs sont multipliées par (k) et les aires par (k^2) . Ici $(k^2=3^2=9)$, donc l'aire du polygone 2 est $(9 \times 11 =)$ **(99 cm^2)** .

À retenir : dans un agrandissement de coefficient (k) , les longueurs sont multipliées par (k) , les aires par (k^2) ; pour une probabilité « A ou B », on retire les cas comptés deux fois.

Corrigé de l'exercice 2 : triangle rectangle, Thalès et aires

1. Le plus grand côté est [AN]. On compare : $(AN^2=13^2=169)$ et $(LN^2+AL^2=5^2+12^2=25+144=169)$. Les deux nombres sont égaux, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle LNA est rectangle en L**.

2. Les droites (OH) et (AL) sont toutes deux perpendiculaires à (LN) : elles sont donc parallèles. Les points L, O, N d'une part, et A, H, N d'autre part, sont alignés dans le même ordre. D'après le théorème de Thalès dans le triangle LNA :

$(\frac{NO}{NL} = \frac{NH}{NA} = \frac{OH}{LA})$. Avec les valeurs connues, $(\frac{3}{5} = \frac{OH}{12})$. Donc $(OH = \frac{3 \times 12}{5} =)$ **$7,2 \text{ cm}$** .

3. Dans le triangle LNA rectangle en L, le côté adjacent à l'angle $(\widehat{\text{LNA}})$ est [LN] et l'hypoténuse est [AN] :

$(\cos \widehat{\text{LNA}} = \frac{LN}{AN} = \frac{5}{13})$. La calculatrice (touche $(\cos^{-1})$) donne $(\widehat{\text{LNA}} \approx 67{,}4^\circ)$, soit **environ 67°** .

4. Les triangles LNA et ONH ont chacun un angle droit (en L et en O) et ils partagent l'angle $(\widehat{\text{N}})$. Deux de leurs angles sont égaux deux à deux : **ils sont semblables**.

5. a. L'aire du triangle LNA est $(\frac{LN \times LA}{2} = \frac{5 \times 12}{2} = 30 \text{ cm}^2)$. L'aire du triangle ONH est $(\frac{ON \times OH}{2} = \frac{3 \times 7{,}2}{2} = 10{,}8 \text{ cm}^2)$. Le quadrilatère LOHA est le triangle LNA privé du triangle ONH : $(30 - 10{,}8 =)$ **$(19{,}2 \text{ cm}^2)$** .

b. La proportion est $(\frac{19{,}2}{30} = 0{,}64)$. L'aire de LOHA représente **$(\frac{16}{25})$, soit 64 %**, de celle du triangle LNA.

À retenir : pour prouver qu'un triangle est rectangle, compare le carré du plus grand côté à la somme des carrés des deux autres ; deux perpendiculaires à une même droite sont parallèles, ce qui autorise Thalès.

Corrigé de l'exercice 3 : visiteurs d'un site et prix d'hôtels

Partie A

1. a. Le bâton de 2010 s'arrête à la ligne 300 000 : il y a eu **300 000 visiteurs** en 2010.

b. Le bâton le plus haut est celui de 2019 : le nombre de visiteurs a été le plus élevé en **2019** (400 000).

2. Une hausse d'au moins 15 % à partir de 187 216 visiteurs donne : $(187\,216 \times 1{,}15 = 215\,298{,}4)$. En 2021, il y a eu 219 042 visiteurs, et $(219\,042 > 215\,298{,}4)$. On peut aussi calculer le taux réel : $(\frac{219\,042 - 187\,216}{187\,216} \approx 0{,}17)$, soit 17 %. **L'objectif a été atteint.**

Partie B

3. L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur : $(500 - 60 =)$ **440 €**.

4. L'effectif total est $(1\,200 + 1\,350 + 1\,000 + 1\,100 + 1\,200 + 1\,300 + 900 + 300 = 8\,350)$ nuits. La somme des prix, pondérée par les effectifs, est $(60 \times 1\,200 + 80 \times 1\,350 + 85 \times 1\,000 + 90 \times 1\,100 + 110 \times 1\,200 + 120 \times 1\,300 + 350 \times 900 + 500 \times 300 = 1\,117\,000)$. La moyenne est $(\frac{1\,117\,000}{8\,350} \approx 133{,}77)$, soit **environ 134 €**.

5. La moitié de l'effectif total est $(\frac{8\,350}{2} = 4\,175)$. Les nuits facturées moins de 100 € sont celles à 60, 80, 85 et 90 € : $(1\,200 + 1\,350 + 1\,000 + 1\,100 = 4\,650)$. Comme $(4\,650 > 4\,175)$, plus de la moitié des nuits coûte moins de 100 € (environ 56 %). **L'affirmation est vraie.**

À retenir : la moyenne d'une série à effectifs se calcule en pondérant chaque valeur par son effectif ; « au moins la moitié » se vérifie en comparant un effectif cumulé à la moitié de l'effectif total.

Corrigé de l'exercice 4 : la fleur en Scratch

1. a. Avec 1 cm pour 5 pas, 35 pas deviennent $(35 \div 5 = 7)$ cm et 20 pas deviennent $(20 \div 5 = 4)$ cm. Pour construire le parallélogramme : trace le segment [KL] de 7 cm ; place avec le rapporteur un angle $(\widehat{\text{KLM}})$ de 120° en L et reporte LM = 4 cm ; en M, trace la parallèle à (KL) et en K la parallèle à (LM) ; leur intersection est le point N. Le côté [KN] mesure aussi 4 cm et [MN] mesure 7 cm, ce qui permet de vérifier ta figure.

b. Le stylo avance de K à L, tourne vers la gauche pour partir vers M, avance, tourne encore, et la boucle est répétée 2 fois pour revenir en K. Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux, et à chaque sommet la rotation vaut (180°) moins l'angle intérieur. En L, l'angle intérieur est 120° , on tourne de $(180 - 120 = 60^\circ)$. En M, l'angle intérieur est 60° , on tourne de $(180 - 60 = 120^\circ)$. Les valeurs à compléter sont : **ligne 4 : 35 ; ligne 5 : 60 ; ligne 6 : 20 ; ligne 7 : 120.**

2. a. Le motif contient 5 pétales : **ligne 2 : 5.**

b. Les 5 pétales sont répartis régulièrement autour du centre, et un tour complet mesure

360°. Entre deux pétales, il faut donc tourner de $\frac{360}{5}=72^\circ$. C'est pourquoi la valeur 72 convient.

c. Le motif comporte 12 pétales, donc **ligne 2 : 12**, et l'angle de rotation devient $\frac{360}{12}=30^\circ$, donc **ligne 4 : 30**.

À retenir : dans un programme de tracé, l'angle dont on tourne est l'angle extérieur (180° moins l'angle intérieur), et pour répartir n motifs identiques autour d'un point on tourne de $\frac{360}{n}$ degrés.

Corrigé de l'exercice 5 : la piste de l'hippodrome

1. Un tour de piste comprend deux lignes droites de 850 m et deux demi-cercles de rayon 40 m, qui forment ensemble un cercle complet de rayon 40 m. Le périmètre du cercle est $2 \times \pi \times 40 = 80\pi \approx 251{,}3$ m. Le tour mesure donc $2 \times 850 + 80\pi \approx 1\,700 + 251{,}3 \approx$ **1 951 m**.

2. a. Le temps vaut $2 \times 9 \times 60 + 9 = 129$ s. La vitesse moyenne est $v = \frac{d}{t} = \frac{1\,951}{129} \approx 15{,}1$, soit **environ 15 m/s**.

b. En une heure, il y a 3 600 s et un kilomètre vaut 1 000 m, donc $15 \times \frac{3\,600}{1\,000} =$ **54 km/h** environ.

3. On calcule pour chaque marque le nombre de sacs entiers à acheter pour couvrir $73\,027 \text{ m}^2$.

Marque A : $\frac{73\,027}{500} \approx 146{,}05$, donc 147 sacs, soit $147 \times 141{,}95 \approx 20\,866{,}65$ €.

Marque B : $\frac{73\,027}{400} \approx 182{,}57$, donc 183 sacs, soit $183 \times 87{,}90 = 16\,085{,}70$ €.

Marque C : $\frac{73\,027}{300} \approx 243{,}42$, donc 244 sacs, soit $244 \times 66{,}50 = 16\,226$ €.

Le prix le plus bas est celui de la marque B : **il faut choisir la marque B**, pour un coût d'environ 16 085,70 €.

À retenir : un nombre de sacs s'arrondit toujours à l'entier supérieur ; pour une vitesse, convertis les unités avec $1 \text{ m/s} = 3{,}6 \text{ km/h}$.