

Brevet de maths 2024 Amérique du Nord

Corrigé du brevet de maths

Ce corrigé reprend, question par question, le brevet Amérique du Nord du 29 mai 2024. Tu y verras comment justifier un vrai ou faux avec la moyenne, la médiane, une conversion de vitesse et l'effet d'un agrandissement sur les aires. Tu y retrouveras aussi le calcul avec un programme à deux branches et la résolution d'une équation produit, la comparaison de tarifs avec un graphique, le volume d'un prisme et un problème de peinture, puis le triangle équilatéral et la lecture d'un programme Scratch. Chaque réponse est rédigée pas à pas.

Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : cinq affirmations vrai ou faux
- Corrigé de l'exercice 2 : programme de calcul et équation produit
- Corrigé de l'exercice 3 : comparer trois tarifs de cinéma
- Corrigé de l'exercice 4 : la terrasse en béton
- Corrigé de l'exercice 5 : triangle équilatéral et programme Scratch

Corrigé de l'exercice 1 : cinq affirmations vrai ou faux

Affirmation A : vraie. La moyenne se calcule en additionnant les cinq prix puis en divisant par 5 :

$$\frac{12+15+10+7+13}{5} = \frac{57}{5} = 11{,}4$$

La moyenne vaut bien **11,40 €**.

Affirmation B : fausse. On range d'abord les prix dans l'ordre croissant : 7 ; 10 ; 12 ; 13 ; 15. Il y a 5 valeurs, donc la médiane est la troisième, soit **12 €** et non 10 €.

Affirmation C : fausse. En 6 secondes l'élève parcourt 20 m, donc en 60 secondes (1 minute) elle parcourt 200 m, et en 60 minutes (1 heure) elle parcourt $(200 \times 60 = 12\,000)$ m, soit **12 km**. Sa vitesse moyenne est de 12 km/h, pas de 14 km/h.

Affirmation D : fausse. Les nombres premiers de 1 à 15 sont 2, 3, 5, 7, 11 et 13 (le nombre 1 n'est pas premier). Il y en a **6** sur 15 boules, donc la probabilité vaut $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$, et non $\frac{7}{15}$.

Affirmation E : fausse. Une homothétie de rapport (-3) multiplie toutes les longueurs par 3 (le signe indique seulement que l'image est de l'autre côté du centre O). Une aire est une longueur multipliée par une longueur : elle est multipliée par $(3^2 = 9)$. L'aire de A'B'C' est donc **9 fois** celle de ABC, pas 3 fois.

À retenir : pour contredire une affirmation, un seul calcul exact suffit. Lors d'un agrandissement de rapport $\frac{1}{k}$, les longueurs sont multipliées par $\frac{1}{k}$ (en valeur absolue) et les aires par $\frac{1}{k^2}$.

Corrigé de l'exercice 2 : programme de calcul et équation produit

1. On part de 2 et on suit les deux branches. À gauche : $(2+2=4)$, puis $(4 \times 4=16)$. À droite : $(2 \times 5=10)$, puis $(10-3=7)$. On multiplie les deux résultats : $(16 \times 7=\mathbf{112})$.

2. On part de (-3) . À gauche : $(-3+2=-1)$, puis $(-1 \times 4=-4)$. À droite : $(-3 \times 5=-15)$, puis $(-15-3=-18)$. Le produit de deux nombres négatifs est positif : $(-4) \times (-18)=\mathbf{72}$.

3. Avec (x) au départ, la branche de gauche donne $((x+2) \times 4)$, c'est-à-dire $(4(x+2)=4x+8)$, et celle de droite donne $(5x-3)$. Le résultat est donc $((4x+8)(5x-3))$, ce qui se lit aussi $((x+2) \times 4 \times (5x-3))$. Les expressions qui conviennent sont **C et D**. L'expression A ne convient pas car $(x+2 \times 4=x+8)$ (la multiplication est prioritaire), et la B ne convient pas car elle multiplie par 4 avant d'ajouter 2.

4. Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul. On résout $((4x+8)(5x-3)=0)$:

$$[4x+8=0 \text{ iff } x=-2 \text{ ou } 5x-3=0 \text{ iff } x=\frac{3}{5}=0{,}6.]$$

On obtient 0 à l'arrivée en partant de (-2) ou de $(\frac{3}{5})$.

5. On développe l'expression B en multipliant chaque terme du premier facteur par chaque terme du second :

$$[(4x+2)(5x-3)=20x^2-12x+10x-6=\mathbf{20x^2-2x-6}.]$$

À retenir : traduire un programme de calcul par une expression littérale demande de respecter l'ordre des opérations et les parenthèses, et pour trouver quand un produit vaut 0 on annule chacun de ses facteurs.

Corrigé de l'exercice 3 : comparer trois tarifs de cinéma

1. Au tarif « Classique », trois entrées coûtent $(3 \times 11=\mathbf{33})$ €.

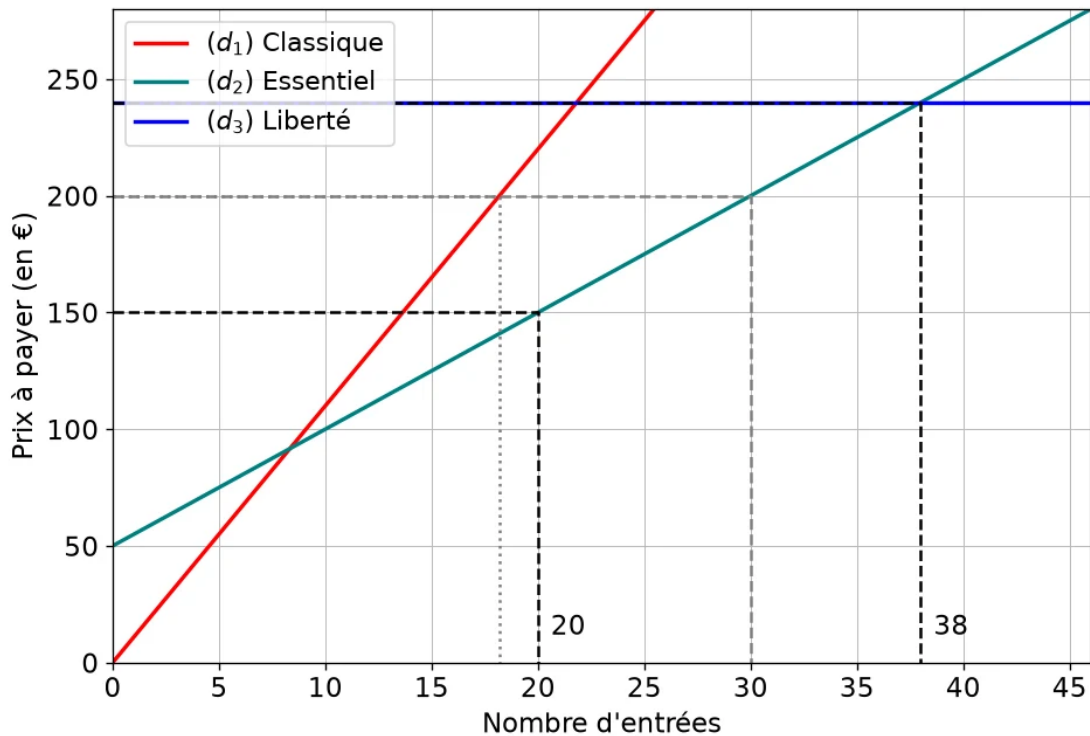
2. Au tarif « Essentiel », on paie l'abonnement puis 5 € par entrée : $(50+8 \times 5=50+40=\mathbf{90})$ €.

3. La fonction $(f(x)=50+5x)$ a un abonnement de 50 € et 5 € par entrée : c'est le tarif « **Essentiel** ». La fonction constante $(g(x)=240)$ ne dépend pas du nombre d'entrées : c'est le tarif « **Liberté** ». La fonction $(h(x)=11x)$ correspond à 11 € par entrée : c'est le tarif «

Classique ».

4. Le prix est proportionnel au nombre d'entrées pour le tarif « **Classique** » : $h(x)=11x$ est une fonction linéaire, et sa représentation graphique (d_1) est une droite passant par l'origine.

5. On lit sur le graphique (les pointillés montrent les lectures) :



a. Sur (d_2) , le prix 150 € correspond à 20 entrées : on peut acheter au maximum **20 entrées**.

b. Les droites (d_2) et (d_3) se croisent à 38 entrées (là où $50+5x=240$). Au-delà, « Essentiel » dépasse 240 €. Le tarif « Liberté » devient le plus intéressant **à partir de 39 entrées**.

c. Avec 200 €, le tarif « Essentiel » permet d'aller jusqu'à 30 entrées, le tarif « Classique » seulement 18 (car $18 \times 11 = 198$), et le tarif « Liberté » est impossible puisque l'abonnement coûte déjà 240 €. C'est donc le tarif « **Essentiel** » qui permet d'acheter le plus grand nombre d'entrées.

À retenir : une fonction linéaire correspond à une droite passant par l'origine (proportionnalité), une fonction affine à une droite qui ne passe pas par l'origine, et une fonction constante à une droite horizontale. Pour comparer des tarifs, on lit le graphique en traçant les horizontales et les verticales.

Corrigé de l'exercice 4 : la terrasse en béton

1. EFGH est un rectangle, donc $EF = HG = 6$ m. Le point F est sur le segment [EJ] et $EJ = 10$

m, donc $\mathrm{FJ} = \mathrm{EJ} - \mathrm{EF} = 10 - 6 = 4$ m.

2. Il faut calculer le périmètre de la base EFJGH. Comme EFGH est un rectangle, $GF = HE = 3$ m. Dans le triangle GFJ rectangle en F, le théorème de Pythagore donne :

$$\mathrm{GJ}^2 = \mathrm{GF}^2 + \mathrm{FJ}^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25, \quad \text{donc} \quad \mathrm{GJ} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}.$$

Le contour est formé des côtés EJ (10 m), JG (5 m), GH (6 m) et HE (3 m) :
 $10 + 5 + 6 + 3 = 24$ m. Ils doivent acheter au minimum **24 m de planches**.

3. a. La terrasse est un prisme dont la base est le rectangle EFGH plus le triangle FJG.

$$\mathcal{A}_{\text{base}} = 6 \times 3 + \frac{4 \times 3}{2} = 18 + 6 = 24 \text{ m}^2$$

La hauteur est de 15 cm, soit 0,15 m. Le volume vaut
 $V = 24 \times 0,15 = 3,6$ m³, et $3,6 < 4$: le volume de la terrasse est bien inférieur à 4 m³.

b. Il faut 250 kg de ciment pour 1 m³ de béton, donc pour 4 m³ :
 $4 \times 250 = 1\,000$ kg de ciment.

c. Le ratio 2 : 7 : 5 signifie que, pour 2 parts de ciment, il y a 7 parts de gravier et 5 parts de sable. Les 1 000 kg de ciment correspondent à 2 parts, donc une part vaut
 $1\,000 \div 2 = 500$ kg. Alors :

gravier : $7 \times 500 = 3\,500$ kg ; sable : $5 \times 500 = 2\,500$ kg.

4. La surface supérieure est celle de la base, soit 24 m². Avec deux couches, on peint
 $2 \times 24 = 48$ m². Comme 1 litre couvre 5 m² pour une couche, il faut
 $\frac{48}{5} = 9,6$ litres de peinture. Deux solutions s'offrent à eux :

- deux pots A ($2 \times 5 = 10$ L) : le second est à moitié prix, soit
 $79,90 + \frac{79,90}{2} = 79,90 + 39,95 = 119,85$ € ;
- un pot B (10 L) : 129,90 €.

Dans les deux cas 10 litres suffisent, et **le moins cher est d'acheter deux pots A pour 119,85 €**.

À retenir : le volume d'un prisme est l'aire de sa base multipliée par la hauteur, avec des unités cohérentes (ici la hauteur en mètres). Pour un problème de coût, on compare toutes les solutions possibles en tenant compte de la remise.

Corrigé de l'exercice 5 : triangle équilatéral et programme Scratch

Partie A

1. D'après la figure codée, les angles $\widehat{\mathrm{CAB}}$ et $\widehat{\mathrm{CBA}}$ mesurent tous les deux 60° . Dans le triangle ABC, la somme des angles est 180° , donc $\widehat{\mathrm{ACB}} = 180 - 60 - 60 = 60^\circ$. Le triangle ABC a ses trois angles égaux à 60° : **il est équilatéral**.

2. Le codage de la figure indique que $\mathrm{CD} = \mathrm{CE} = \mathrm{DE}$, donc le triangle CDE est équilatéral et $\widehat{\mathrm{CED}} = 60^\circ$. Les points A, C et E sont alignés, donc les angles $\widehat{\mathrm{BAE}}$ et $\widehat{\mathrm{AED}}$ sont alternes-internes par rapport aux droites (AB) et (DE) coupées par la sécante (AE). Ils mesurent tous les deux 60° : **les droites (DE) et (AB) sont parallèles**.

Autre méthode : $\mathrm{CE} = 80$ mm et $\mathrm{AC} = \mathrm{AB} = 240$ mm (triangle ABC équilatéral), et de même $\mathrm{CD} = 80$ mm et $\mathrm{CB} = 240$ mm. Alors

$\frac{\mathrm{CE}}{\mathrm{CA}} = \frac{\mathrm{CD}}{\mathrm{CB}} = \frac{80}{240} = \frac{1}{3}$, et comme A, C, E d'une part et B, C, D d'autre part sont alignés dans le même ordre, la réciproque du théorème de Thalès donne aussi $(\mathrm{DE}) \parallel (\mathrm{AB})$.

Partie B

1. La ligne 2 place le lutin en $(x=-180)$ et $(y=-150)$. Le point de départ a pour coordonnées **$(-180, -150)$** , et c'est la case D8 du quadrillage.

2. Le premier appel du bloc « triangle » trace le grand triangle ABC, de côté 240 mm, soit 240 pas. À la ligne 4, il faut donc saisir **240**. Après trois côtés et trois rotations de 120° , le lutin est revenu en A, orienté vers la droite.

3. À la ligne 6, le lutin tourne de 60° vers la gauche, ce qui le dirige vers le sommet C. À la ligne 7, il avance de 240 pas : il arrive donc en C. Sur le quadrillage, une case représente 40 pas, donc C est 3 cases à droite de D (colonne G). Il est monté de $(240 \times \frac{\sqrt{3}}{2}) \approx 208$ pas, soit environ 5 cases au-dessus de la ligne 8 : il se trouve dans la case **G3**.

4. À la ligne 8, la variable « côté » devient $(240 \div 3 = 80)$. Le deuxième appel du bloc « triangle » trace donc un triangle équilatéral de côté 80 pas, soit 80 mm, depuis le point C. C'est le petit triangle CDE de la figure, dont les côtés mesurent un tiers de ceux du grand triangle $(80 = \frac{240}{3})$: sur le dessin, la base du petit triangle (2 cases) est trois fois plus courte que celle du grand (6 cases).

À retenir : un triangle dont les trois angles mesurent 60° est équilatéral, et deux droites coupées par une sécante avec des angles alternes-internes égaux sont parallèles. Dans un programme Scratch, on suit le lutin instruction par instruction en notant sa position et son orientation.