

Brevet de maths 2024 Centres étrangers

Corrigé du brevet de maths

Ce corrigé du brevet de mathématiques, centres étrangers, juin 2024, détaille les cinq exercices. Tu y trouveras comment répondre vite à un QCM en calculant juste, comment utiliser les décompositions en facteurs premiers et le plus petit multiple commun pour des circuits sportifs, comment compléter un script Scratch et relier un programme de calcul à une fonction, comment enchaîner Pythagore, trigonométrie et Thalès, puis comment calculer longueur de cercle, angle d'un patron et volume d'un cône. **Relis ta copie avec ces explications** : chaque étape est justifiée et **chaque résultat est mis en gras**.

Dans cette page :

- Corrigé de l'exercice 1 : QCM sur cinq notions du programme
- Corrigé de l'exercice 2 : circuits d'entraînement et multiples communs
- Corrigé de l'exercice 3 : programme de calcul, script et fonction
- Corrigé de l'exercice 4 : Pythagore, trigonométrie, Thalès et homothétie
- Corrigé de l'exercice 5 : chapeau de sorcier, patron et volume

Corrigé de l'exercice 1 : QCM sur cinq notions du programme

1. On écrit $(0{,}193 = 1{,}93 \times 10^{-1})$, donc $(0{,}193 \times 10^{-100} = 1{,}93 \times 10^{-1} \times 10^{-100} = 1{,}93 \times 10^{-101})$. **Bonne réponse : $(1{,}93 \times 10^{-101})$.**

2. On convertit la durée : $42 \text{ min } (= \frac{42}{60} \text{ h } (= 0{,}7) \text{ h})$, donc $5 \text{ h } 42 \text{ min } (= 5{,}7) \text{ h}$. La vitesse moyenne est $(\frac{480}{5{,}7} \approx 84{,}21) \text{ km/h}$. **Bonne réponse : 84,2.**

3. La roue a 15 secteurs égaux, et 8 d'entre eux portent le nombre 2. Si on écrit 2 dans le secteur vide, il y a 9 secteurs sur 15 qui portent le nombre 2, soit une probabilité de $(\frac{9}{15} = \frac{3}{5})$. **Bonne réponse : oui, en écrivant le nombre 2.**

4. On range la liste : $(1 ; 3 ; 5 ; 10 ; 10 ; 11 ; 17)$. L'étendue est $(17 - 1 = 16)$. Il y a 7 valeurs, donc la médiane est la 4^e valeur, soit 10. La moyenne vaut $(\frac{57}{7} \approx 8{,}1)$. Aucune de ces valeurs n'est égale à 5. **Bonne réponse : rien de particulier.**

5. Après la réservation, il reste à payer $(1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5})$ du prix. Partagé en trois paiements égaux, cela donne $(\frac{4}{5} \div 3 = \frac{4}{15})$. **Bonne réponse : $(\frac{4}{15})$.**

À retenir : dans un QCM, on calcule la réponse avant de regarder les propositions, puis on élimine les autres. Pour une durée, on convertit d'abord les minutes en fraction d'heure.

Corrigé de l'exercice 2 : circuits d'entraînement et multiples communs

1. Dans le circuit 1, chacun des 5 exercices dure 40 s et est suivi de 16 s de repos, soit $(40+16=56)$ s par exercice. Le circuit dure $(5 \times 56=)$ **280 secondes**.

Dans le circuit 2, chacun des 10 exercices dure 30 s et est suivi de 5 s de repos, soit (35) s par exercice. Le circuit dure $(10 \times 35=)$ **350 secondes**.

2. On décompose :

$(280=2 \times 140=2 \times 2 \times 70=2 \times 2 \times 2 \times 35=2^3 \times 5 \times 7)$, et $(350=2 \times 175=2 \times 5 \times 35=2 \times 5 \times 5 \times 7=2 \times 5^2 \times 7)$.
 $(280=2^3 \times 5 \times 7)$ et $(350=2 \times 5^2 \times 7)$.

3. a. On a $(2800=10 \times 280)$: en 2 800 secondes, Camille a fait exactement 10 tours complets du circuit 1, donc elle est de nouveau au départ.

De même, $(2800=8 \times 350)$: Dominique a fait exactement 8 tours complets du circuit 2. **Elle est donc aussi au départ du circuit 2, devant l'exercice 1.**

b. Camille est au départ aux instants multiples de 280 et Dominique aux instants multiples de 350. Ils se retrouvent ensemble au départ au premier instant qui est un multiple commun à 280 et 350 : c'est leur plus petit multiple commun non nul. Il doit contenir au moins (2^3) (pour 280), au moins (5^2) (pour 350) et le facteur 7 :
 $(2^3 \times 5^2 \times 7=8 \times 25 \times 7=1400)$.

On convertit : $(1400=23 \times 60+20)$. **Camille et Dominique se retrouvent ensemble au départ pour la première fois après 1 400 secondes, soit 23 minutes et 20 secondes.**

À retenir : « se retrouver en même temps » signifie chercher le plus petit multiple commun, que la décomposition en facteurs premiers donne en prenant chaque facteur avec son plus grand exposant.

Corrigé de l'exercice 3 : programme de calcul, script et fonction

Partie A

1. Avec 5 au départ : $(5-2=3)$ d'un côté, $(5+1=6)$ de l'autre, puis $(3 \times 6=)$ **18**. Le résultat final est bien 18.

2. Avec $(-\frac{3}{2})$ au départ : $(-\frac{3}{2}-2=-\frac{3}{2}-\frac{4}{2}=-\frac{7}{2})$ d'un côté, et $(-\frac{3}{2}+1=-\frac{3}{2}+\frac{2}{2}=-\frac{1}{2})$ de l'autre. Le produit est $(-\frac{7}{2} \times (-\frac{1}{2})=)$ **$(\frac{7}{4})$.**

3. Les variables (a) et (b) mémorisent les deux résultats intermédiaires, et le script

affiche leur produit. **Ligne 3** : « mettre a à réponse - 2 » ; **ligne 4** : « mettre b à réponse + 1 » ; **ligne 5** : « dire $a * b$ pendant 2 secondes ».

Partie B

1. On développe : $((x-2)(x+1)=x \times x + x \times 1 - 2 \times x - 2 \times 1 = x^2 + x - 2x - 2 = x^2 - x - 2)$.

2. a. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul. Donc $((x-2)(x+1)=0)$ équivaut à $(x-2=0)$ ou $(x+1=0)$, c'est-à-dire $(x=2)$ ou $(x=-1)$.

b. D'après la question 1, $(g(x)=(x-2)(x+1))$. Les antécédents de 0 sont donc les solutions de $(g(x)=0)$: (-1) et (2) .

3. La courbe de (g) doit passer par les points $((-1,0))$ et $((2,0))$. Le graphique 1 ne coupe pas l'axe des abscisses en (-1) , et le graphique 2 ne le coupe pas en 2 (de plus, ces deux courbes sont des droites alors que (g) n'est pas une fonction affine). **C'est le graphique 3.**

4. Le programme de calcul transforme un nombre (x) en $((x-2)(x+1))$, c'est-à-dire en $(g(x))$. Obtenir 0 en résultat final revient à chercher les antécédents de 0 par (g) . **Il faut choisir comme nombre de départ (-1) ou (2) .**

À retenir : un programme de calcul se traduit par une expression en (x) . La forme factorisée $((x-2)(x+1))$ donne directement les solutions de l'équation produit nul.

Corrigé de l'exercice 4 : Pythagore, trigonométrie, Thalès et homothétie

1. Le plus grand côté du triangle ABE est [AB]. D'une part $(AB^2=5^2+5^2=30+25)$. D'autre part $(AE^2+EB^2=4^2+3^2=16+9=25)$. On a $(AB^2=AE^2+EB^2)$, donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle ABE est rectangle en E.**

2. Dans le triangle ABE rectangle en E, le côté adjacent à l'angle $(\widehat{\mathrm{ABE}})$ est [EB] et l'hypoténuse est [AB]. Donc $(\cos \widehat{\mathrm{ABE}} = \frac{EB}{AB} = \frac{3}{5})$. À la calculatrice, $(\widehat{\mathrm{ABE}} \approx 56,3^\circ)$. **L'angle $(\widehat{\mathrm{ABE}})$ mesure environ 56° .**

3. Les points E, B, D sont alignés, ainsi que E, A, F, et les droites (AB) et (FD) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, $(\frac{EB}{ED} = \frac{AB}{FD})$, avec $(ED=EB+BD=3+6=9)$. Donc $(\frac{3}{9} = \frac{5}{FD})$, d'où $(FD = \frac{5}{3} \times 9 = 15)$ **15 cm.**

4. L'homothétie de centre E envoie B sur D, donc son rapport est $(\frac{ED}{EB} = \frac{9}{3} = 3)$. (On retrouve aussi

$$\left(\frac{FD}{AB}=\frac{16}{5}\cdot\frac{5}{5}=3\right).$$

À retenir : pour prouver qu'un triangle est rectangle avec ses trois côtés, on compare le carré du plus grand côté à la somme des carrés des deux autres (réciproque de Pythagore). Pour Thalès, on écrit des rapports de longueurs en vérifiant bien l'alignement et le parallélisme.

Corrigé de l'exercice 5 : chapeau de sorcier, patron et volume

Partie A

1. Le triangle SOM est rectangle en O, donc, d'après le théorème de Pythagore, $MS^2 = OS^2 + OM^2 = 30^2 + 9^2 = 900 + 81 = 981$. Ainsi $MS = \sqrt{981} \approx 31,32$. **Arrondie au dixième, la longueur MS est bien 31,3 cm.**

2. Le bord du chapeau est un cercle de rayon 9 cm, de longueur $(2 \times \pi \times 9 = 18\pi \approx 56,5)$ cm. Cette longueur est un peu supérieure à 56 cm, le tour de tête de Léo. **Les dimensions sont donc adaptées : le chapeau entoure la tête de Léo, avec un très léger jeu d'environ 0,5 cm.**

3. a. Le cercle de rayon SM a pour longueur $(2 \times \pi \times 31,3 \approx 196,7)$. **Arrondie au dixième, elle est égale à 196,7 cm.**

b. Le tableau de proportionnalité est :

Mesure de l'angle $\widehat{M'SM}$ (en degré)	360	...
Longueur de l'arc $\overset{\frown}{M'M}$ (en centimètre)	196,7	56,5

Le tour complet (360°) correspond à la longueur du cercle entier, 196,7 cm.

c. Par proportionnalité :

$\widehat{M'SM} = \frac{360 \times 56,5}{196,7} = \frac{20340}{196,7} \approx 103,4^\circ$. **L'angle $\widehat{M'SM}$ mesure environ 103° .**

Partie B

1. Le rayon de la base est 9 cm et la hauteur 30 cm :

$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 30 = \frac{1}{3} \times \pi \times 81 \times 30 = 810\pi \approx 2544,7$. **Le volume est donc de 2 545 cm³ au cm³ près.**

2. Les bonbons forment un petit cône de même sommet S, de hauteur 15 cm, soit la moitié de 30 cm. Il s'agit d'une réduction de rapport $\left(\frac{1}{2}\right)$: son rayon est 4,5 cm. Son volume est $\left(\frac{1}{3}\right) \times \pi \times 4,5^2 \times 15 = 101,25\pi \approx 318,1$ cm³. Comme les volumes sont multipliés par $\left(\left(\frac{1}{2}\right)\right)^3 = \frac{1}{8}$, le petit cône occupe $\left(\frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%\right)$ du chapeau.

Comme $12,5\% < 15\%$, l'estimation de Léo est correcte : les bonbons occupent moins de 15 % du volume du chapeau.

À retenir : dans une réduction de rapport k , les longueurs sont multipliées par k , les aires par k^2 et les volumes par k^3 . Ici, moitié de la hauteur signifie un huitième du volume.