

Dénombrement

Corrigé du contrôle - Terminale

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Réunion et complémentaire / 3 pts

(1,5 pt) $|A \cup B| = 34 + 29 - 11 = 52$. (1,5 pt) Aucune langue : $60 - 52 = 8$.

2 Codes / 3 pts

(1,5 pt) Avec répétitions : $6^2 \times 10^3 = 36\,000$. (1,5 pt) Sans répétition : $6 \times 5 \times 10 \times 9 \times 8 = 30 \times 720 = 21\,600$.

3 Délégation / 4 pts

a. (1 pt) $C(28, 4) = 20\,475$.

b. (1,5 pt) $C(16, 2) \times C(12, 2) = 120 \times 66 = 7\,920$.

c. (1,5 pt) Complémentaire : aucun garçon, soit $C(16, 4) = 1\,820$. Donc $20\,475 - 1\,820 = 18\,655$.

4 Anagrammes / 4 pts

a. (1,5 pt) 11 lettres : S $\times 2$, T $\times 3$, I $\times 2$, A, Q, U, E une fois chacune. $11! / (2! \times 3! \times 2!) = 39\,916\,800 / 24 = 1\,663\,200$.

b. (1 pt) BANANE : B, A $\times 2$, N $\times 2$, E. $6! / (2! \times 2!) = 720 / 4 = 180$. (1,5 pt) Comménçant par B : il reste A, A, N, N, E à placer : $5! / (2! \times 2!) = 30$. $P = 30 / 180 = 1/6$.

5 Coefficients binomiaux / 3 pts

a. (1,5 pt) Relation de Pascal avec $n = 11$ et $k = 4$: $C(11, 4) = C(10, 3) + C(10, 4) = 120 + 210 = 330$ (et $C(11, 4) = 11 \times 10 \times 9 \times 8 / 24 = 330$).

b. (1,5 pt) $n(n - 1) = 72 = 9 \times 8$, donc $n = 9$ (l'autre racine -8 est rejetée).

6 Python / 3 pts

- a. (1 pt) 20, 20 puis $1 + 15 + 15 + 1 = 32$.
- b. (1 pt) Le nombre de parties à 3 éléments de $\{0 ; \dots ; 5\}$, c'est-à-dire $C(6, 3) = 20$.
- c. (1 pt) Le nombre de parties de taille paire d'un ensemble à 6 éléments : $2^{6-1} = 32$ (parties de taille paire et impaire sont aussi nombreuses, et $2^6 = 64$ parties au total).