

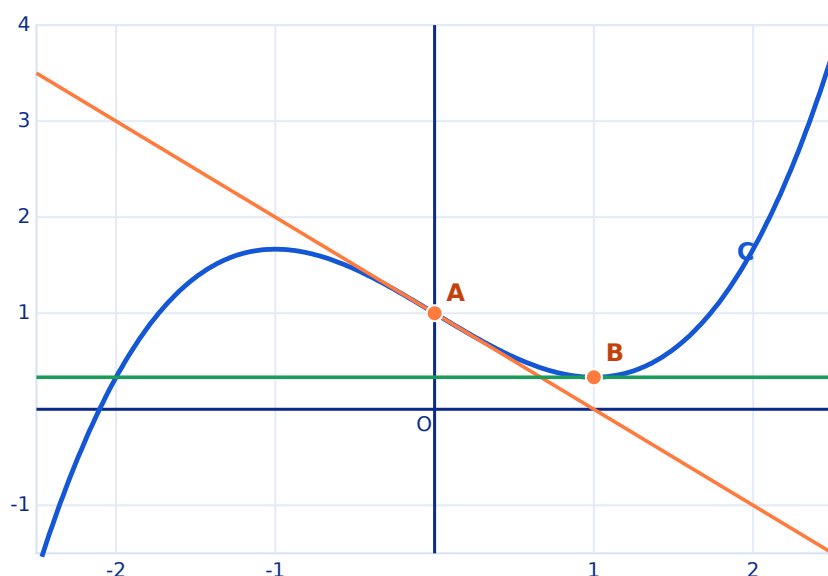
Dérivation : nombre dérivé et tangente

Contrôle de maths - 1ère

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Lecture graphique / 4 pts

La courbe C ci-dessous représente une fonction f . Les points A(0 ; 1) et B (d'abscisse 1) sont sur C. La tangente en A passe par le point (2 ; -1) et la tangente en B est horizontale.



- Lis $f(0)$ et $f'(0)$. (1 pt)
- Que vaut $f'(1)$? Justifie. (1 pt)
- Détermine l'équation réduite de la tangente en A. (1 pt)
- Sachant que $f(x) = x^3/3 - x + 1$, retrouve $f'(0)$ et $f'(1)$ par le calcul. (1 pt)

2 Définition du nombre dérivé / 4 pts

Soit $f(x) = 3x^2 - x$.

- Calcule $f(2)$. (0,5 pt)
- Pour $h \neq 0$, montre que le taux de variation de f entre 2 et $2 + h$ vaut $11 + 3h$. (2 pts)
- En déduire $f'(2)$. (0,5 pt)
- Donne l'équation réduite de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2. (1 pt)

3 Calculs de dérivées / 4 pts

Détermine la dérivée de chaque fonction (précise l'intervalle quand c'est nécessaire).

- a. $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2x - 7$ sur $\mathbb{R}$, puis $g(x) = 3\sqrt{x} + \frac{1}{x}$ sur $]0 ; +\infty[$. (1 pt)
- b. $h(x) = (3x - 1)(x^2 + 2)$ sur $\mathbb{R}$. (1 pt)
- c. $k(x) = 2x + \frac{3}{x} - 1$ sur $]1 ; +\infty[$. (1 pt)
- d. $m(x) = (5x - 2)^3$ sur $\mathbb{R}$. (1 pt)

4 Étude d'une fonction et de ses tangentes / 5 pts

Soit $f(x) = x + \frac{4}{x}$ définie sur $]0 ; +\infty[$.

- a. Montre que $f'(x) = x^2 - \frac{4}{x^2}$. (1 pt)
- b. Détermine l'équation réduite de la tangente T_1 au point d'abscisse 1. (1,5 pt)
- c. En quel point de la courbe la tangente est-elle horizontale ? Donne son équation. (1 pt)
- d. Montre que, pour tout $x > 0$, $f(x) - 4 = \frac{(x - 2)^2}{x}$. Que peut-on en déduire pour la position de la courbe par rapport à cette tangente horizontale ? (1,5 pt)

5 Vitesse d'une balle / 3 pts

Une balle est lancée vers le haut. Sa hauteur (en mètres) à l'instant t (en secondes) est $h(t) = -5t^2 + 20t + 1,5$, pour $0 \leq t \leq 4$.

- a. Calcule la vitesse instantanée $h'(t)$, puis la vitesse à $t = 1$. (1 pt)
- b. À quel instant la vitesse est-elle nulle ? Quelle est alors la hauteur de la balle ? (1 pt)
- c. Que signifie $h'(3) = -10$? (1 pt)