

Dérivation : nombre dérivé et tangente

Corrigé du contrôle - 1ère

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Lecture graphique / 4 pts

- $f(0) = 1$ (ordonnée de A). La tangente en A passe par $(0 ; 1)$ et $(2 ; -1)$, donc $f'(0) = -1 - \frac{1}{2} - 0 = -1$. (1 pt)
- La tangente en B est horizontale, son coefficient directeur est 0 : $f'(1) = 0$. (1 pt)
- $y = -1(x - 0) + 1 = -x + 1$. (1 pt)
- $f'(x) = x^2 - 1$, donc $f'(0) = -1$ et $f'(1) = 0$: conforme à la lecture. (1 pt)

2 Définition du nombre dérivé / 4 pts

- $f(2) = 12 - 2 = 10$. (0,5 pt)
- $f(2 + h) = 3(4 + 4h + h^2) - 2 - h = 10 + 11h + 3h^2$ (1 pt). Taux : $\frac{f(2 + h) - f(2)}{h} = \frac{11h + 3h^2}{h} = 11 + 3h$ (1 pt).
- Quand h tend vers 0, $11 + 3h$ tend vers 11 : $f'(2) = 11$. (0,5 pt)
- $y = 11(x - 2) + 10 = 11x - 12$. (1 pt)

3 Calculs de dérivées / 4 pts

- $f'(x) = 12x^2 - 10x + 2$ (0,5 pt). $g'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}$ (0,5 pt).
- $u = 3x - 1$, $u' = 3$; $v = x^2 + 2$, $v' = 2x$. $h'(x) = 3(x^2 + 2) + (3x - 1) \times 2x = 3x^2 + 6 + 6x^2 - 2x = 9x^2 - 2x + 6$ (1 pt).
- $u' = 2$, $v' = 1$: $k'(x) = \frac{2(x - 1) - (2x + 3)}{(x - 1)^2} = \frac{-5}{(x - 1)^2}$ (1 pt).
- Composée affine, $a = 5$: $m'(x) = 5 \times 3(5x - 2)^2 = 15(5x - 2)^2$ (1 pt).

4 Étude d'une fonction et de ses tangentes / 5 pts

- $f'(x) = 1 + 4 \times (-\frac{1}{x^2}) = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2}$. (1 pt)
- $f(1) = 1 + 4 = 5$; $f'(1) = 1 - 4 = -3$. $T_1 : y = -3(x - 1) + 5 = -3x + 8$. (1,5 pt)
- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ (car $x > 0$). $f(2) = 2 + 2 = 4$. Point $(2 ; 4)$, tangente $y = 4$. (1 pt)
- $f(x) - 4 = x^2 + 4 - \frac{4x}{x} = \frac{(x - 2)^2}{x}$ (0,5 pt). Pour $x > 0$, ce quotient est positif ou nul (carré divisé par un nombre positif) : la courbe est au-dessus de sa tangente horizontale, qu'elle touche seulement en $x = 2$. (1 pt)

5 Vitesse d'une balle / 3 pts

- a. $h'(t) = -10t + 20$. $h'(1) = \mathbf{10 \text{ m/s}}$. (1 pt)
- b. $-10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \text{ s}$. $h(2) = -20 + 40 + 1,5 = \mathbf{21,5 \text{ m}}$ (hauteur maximale). (1 pt)
- c. À $t = 3 \text{ s}$ la balle **descend** à la vitesse de 10 m/s (la vitesse est négative donc la hauteur diminue). (1 pt)

Calculatrice non nécessaire pour ce contrôle.