

Dérivation : nombre dérivé et tangente

Exercices de maths - 1ère

26 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Taux de variation entre deux valeurs ★★★

Calcule le taux de variation de chaque fonction entre les deux valeurs données.

- a. $f(x) = x^2$ entre 1 et 4.
- b. $g(x) = 2x^2 - x$ entre -1 et 2.
- c. $h(x) = 1/x$ entre 2 et 5.

2 Vitesse moyenne d'une pierre ★★★

Une pierre lâchée dans un puits parcourt $d(t) = 5t^2$ mètres en t secondes.

- a. Calcule sa vitesse moyenne entre $t = 1$ et $t = 3$.
- b. Calcule sa vitesse moyenne entre $t = 2$ et $t = 2,5$.
- c. Quelle notion représente chacun de ces nombres pour la courbe de d ?

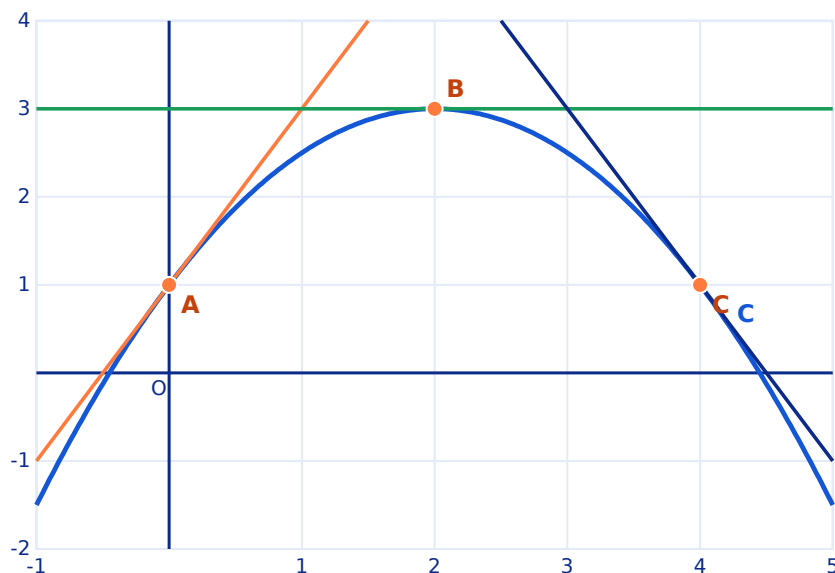
3 Du taux de variation au nombre dérivé ★★★

Soit $f(x) = x^2$.

- a. Montre que le taux de variation de f entre 2 et $2 + h$ ($h \neq 0$) vaut $4 + h$.
- b. Calcule-le pour $h = 1$, $h = 0,1$ et $h = 0,01$.
- c. En déduire $f'(2)$.

4 Lecture graphique de nombres dérivés ★★★

La courbe C ci-dessous représente une fonction f ; on a tracé ses tangentes aux points $A(0 ; 1)$, $B(2 ; 3)$ et $C(4 ; 1)$.



- Lis $f'(0)$, $f'(2)$ et $f'(4)$.
- Écris l'équation de la tangente en A.

5 Nombres dérivés avec les formules ★★★

Calcule avec les dérivées usuelles :

- $f(x) = x^3 : f'(2)$.
- $g(x) = 1/x : g'(4)$.
- $h(x) = \sqrt{x} : h'(9)$.
- $k(x) = x^5 : k'(-1)$.

6 Dérivées de polynômes ★★★

Détermine la dérivée de chaque fonction sur $\mathbb{R}$.

- $f(x) = 5x^2 - 3x + 7$
- $g(x) = x^4 + x^2$
- $h(x) = 1/2x^4 - 3x^3 + x$
- $k(x) = 7 - x^5$

7 Équations de tangentes simples ★★★

Détermine l'équation réduite de la tangente :

- à la courbe de $f(x) = x^2$ au point d'abscisse 3 ;
- à la courbe de $g(x) = x^3$ au point d'abscisse 1.

8 Vrai ou faux ? ★★★

Dis si chaque affirmation est vraie ou fausse, et justifie.

- a. La dérivée de $x \mapsto 3x + 5$ est la fonction constante égale à 3.
- b. La dérivée de $x \mapsto x^2$ en 3 vaut 9.
- c. La dérivée du produit uv est $u'v'$.
- d. Si $f'(a) = 0$, la tangente en a est horizontale.
- e. La fonction racine carrée est dérivable en 0.

9 Nombre dérivé par la définition ★★★

En utilisant la définition (limite du taux de variation) :

- a. calcule $f'(1)$ pour $f(x) = 2x^2 - 3x$;
- b. calcule $g'(-1)$ pour $g(x) = x^2 + 5x$.

10 Tangente à une cubique ★★★

Soit $f(x) = x^3 - 2x$. Détermine l'équation réduite de la tangente à sa courbe aux points d'abscisses 1 puis -2 .

11 Dérivées de produits ★★★

Dérive sur l'intervalle indiqué.

- a. $f(x) = (x^2 + 1)(3x - 2)$ sur $\mathbb{R}$
- b. $g(x) = (2x - 1)\sqrt{x}$ sur $]0 ; +\infty[$
- c. $h(x) = (x^3 - x)(x^2 + 2)$ sur $\mathbb{R}$

12 Dérivées de quotients ★★★

Dérive chaque fonction sur son ensemble de dérivabilité.

- a. $f(x) = x + \frac{1}{x} - 2$ sur $]2 ; +\infty[$
- b. $g(x) = 3x - \frac{1}{x^2} + 1$ sur $\mathbb{R}$
- c. $h(x) = \frac{x}{x^2} + 4$ sur $\mathbb{R}$

13 Composées avec une fonction affine ★★★

Dérive sur l'intervalle où chaque fonction est dérivable.

- a. $f(x) = (3x - 5)^4$

b. $g(x) = \sqrt{2x + 1}$

c. $h(x) = \frac{1}{4}x + 3$

d. $k(x) = (1 - x)^6$

14 Tangentes horizontales ★★★

Détermine les points de la courbe où la tangente est horizontale.

a. $f(x) = x^3 - 3x$

b. $g(x) = x^2 - 6x + 4$

15 Tangentes passant par l'origine ★★★

Soit $f(x) = x^2 + 1$. Pour quelles abscisses a la tangente à la courbe au point d'abscisse a passe-t-elle par l'origine O ? Donne leurs équations.

16 Tangente parallèle à une droite ★★★

Soit $f(x) = x^2 - 4x$. Existe-t-il un point de la courbe où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = 2x + 1$? Si oui, donne l'équation de cette tangente.

17 Coût marginal ★★★

Une entreprise fabrique q objets pour un coût de $C(q) = 0,5q^2 + 4q + 50$ euros.

a. Calcule $C'(q)$ puis $C'(10)$.

b. Calcule le coût réel de la fabrication du 11^e objet, $C(11) - C(10)$.

c. Compare les deux résultats.

18 Vitesse instantanée ★★★

Un cycliste part d'un point et sa distance parcourue (en mètres) après t secondes est $d(t) = 5t^2 + 2t$, pour $0 \leq t \leq 10$.

a. Donne l'expression de sa vitesse instantanée $d'(t)$.

b. Quelle est sa vitesse à $t = 0$? à $t = 3$? Convertis la seconde en km/h.

c. Calcule sa vitesse moyenne entre $t = 0$ et $t = 3$ et compare.

19 Tangente à un quotient ★★★

Soit $f(x) = 2x + \frac{1}{x} - 1$ définie sur $]1 ; +\infty[$.

- a. Calcule $f'(x)$.
- b. Détermine l'équation de la tangente T au point d'abscisse 2.
- c. Détermine les coordonnées des points d'intersection de T avec les axes.

20 Tangente à une fonction avec racine ★★★

Soit $g(x) = 3\sqrt{x} - 2x$ sur $]0 ; +\infty[$. Détermine $g'(x)$ puis l'équation de la tangente au point d'abscisse 4.

21 Dérivée de l'inverse par la définition ★★★

Soit a un réel non nul et $f(x) = 1/x$. Démontre que f est dérivable en a et que $f'(a) = -1/a^2$.

22 Non-dérivabilité de la racine carrée en 0 ★★★

Soit $f(x) = \sqrt{x}$.

- a. Calcule le taux de variation de f entre 0 et h , pour $h > 0$.
- b. Calcule-le pour $h = 0,01$ puis $h = 0,0001$.
- c. Que peut-on en conclure sur la dérivabilité de f en 0 ? Quelle est l'allure de la courbe en 0 ?

23 Déterminer une parabole ★★★

Soit $f(x) = ax^2 + bx + 1$, où a et b sont deux réels. On sait que la courbe de f passe par $A(1 ; 2)$ et que la tangente en A a pour coefficient directeur 3. Détermine a et b .

24 Position relative d'une courbe et de sa tangente ★★★

Dans chaque cas, détermine la tangente T au point d'abscisse 1, puis étudie la position de la courbe par rapport à T.

- a. $f(x) = x^2 - 2x$
- b. $g(x) = x^3$

25 Deux courbes tangentes ★★★

Soit $f(x) = x^2$ et $g(x) = -x^2 + 4x - 2$. Montre que les courbes de f et de g ont au point d'abscisse 1 le même point et la même tangente, et donne l'équation de cette tangente.

26 Approximations affines ★★★

En utilisant l'approximation $f(a + h) \approx f(a) + f'(a)h$, donne une valeur approchée de :

- a. $\sqrt{9,06}$ (avec $f(x) = \sqrt{x}$, $a = 9$) ;
- b. **1/1,02** (avec $f(x) = \mathbf{1/x}$, $a = 1$) ;
- c. $1,01^5$ (avec $f(x) = x^5$, $a = 1$).

Compare ensuite à la valeur donnée par la calculatrice.