

Développer et factoriser

Corrigé des exercices - 3ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Distributivité simple ★★★

- a. $A = 4 \times x + 4 \times 7 = 4x + 28$
- b. $B = 3 \times 2y - 3 \times 5 = 6y - 15$
- c. $C = -2 \times a + (-2) \times 6 = -2a - 12$
- d. $D = -5 \times 3 - (-5) \times t = -15 + 5t$
- e. $E = x \times x + x \times 9 = x^2 + 9x$

2 Calcul astucieux ★★★

- a. $7 \times 103 = 7 \times (100 + 3) = 700 + 21 = 721$
- b. $12 \times 98 = 12 \times (100 - 2) = 1200 - 24 = 1176$
- c. $25 \times 104 = 25 \times (100 + 4) = 2500 + 100 = 2600$
- d. $15 \times 102 = 15 \times (100 + 2) = 1500 + 30 = 1530$

3 Facteur commun simple ★★★

- a. $A = 6 \times x + 6 \times 3 = 6(x + 3)$
- b. $B = 5 \times a - 5 \times 7 = 5(a - 7)$
- c. $C = 4 \times 3y + 4 \times 2 = 4(3y + 2)$
- d. $D = x \times x + x \times 4 = x(x + 4)$
- e. $E = 9 \times m - 9 \times 1 = 9(m - 1)$

4 Premières doubles distributivités ★★★

- a. $x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$
- b. $y^2 - 4y + 3y - 12 = y^2 - y - 12$
- c. $a^2 - 6a - a + 6 = a^2 - 7a + 6$
- d. $2x^2 + 6x + x + 3 = 2x^2 + 7x + 3$

5 Vrai ou faux ? ★★★

- a. Faux : on a oublié de multiplier le 4. Avec $x = 1$: $3 \times 5 = 15$ mais $3 + 4 = 7$.
Bonne égalité : $3(x + 4) = 3x + 12$.

- b. Faux : il manque le double produit. Avec $x = 1$: $(1 + 3)^2 = 16$ mais $1 + 9 = 10$.
Correct : $x^2 + 6x + 9$.
- c. Vrai : c'est la distributivité lue à l'envers (facteur commun 2).
- d. Vrai : identité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ avec $a = x$ et $b = 4$.
- e. Vrai : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 2$.

6 Deux façons de calculer une aire ★★★

- a. Aire = $3 \times (x + 4) = 3x + 12$ (en cm^2).
- b. Avec $x = 6$: $3 \times (6 + 4) = 3 \times 10 = 30 \text{ cm}^2$ et $3 \times 6 + 12 = 18 + 12 = 30 \text{ cm}^2$. Les deux écritures donnent bien le même résultat.

7 Compléter avec une identité remarquable ★★★

- a. Le double produit est $2 \times x \times 6 = 12x$. Donc $(x + 6)^2 = x^2 + 12x + 36$.
- b. $2 \times x \times 5 = 10x$. Donc $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$.
- c. Identité du type $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$: $(x + 8)(x - 8) = x^2 - 64$.
- d. Le premier terme est y^2 : $(y + 1)^2 = y^2 + 2y + 1$.

8 Développer et réduire (1) ★★★

- a. $A = 3x^2 + 12x - 2x - 8 = 3x^2 + 10x - 8$
- b. $B = (2x)^2 - 5^2 = 4x^2 - 25$ (identité remarquable)
- c. $C = 10x + 5 - 2x^2 - x = -2x^2 + 9x + 5$
- d. $D = (x^2 + 6x + 9) - (x^2 + 2x - x - 2) = x^2 + 6x + 9 - x^2 - x + 2 = 5x + 11$.
Attention : le signe $-$ change tous les signes de la parenthèse.

9 Identités remarquables : développer ★★★

- a. $(3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4$
- b. $(4y)^2 - 2 \times 4y \times 3 + 3^2 = 16y^2 - 24y + 9$
- c. $(5a)^2 - 1^2 = 25a^2 - 1$
- d. $(2x)^2 - 2 \times 2x \times 7 + 7^2 = 4x^2 - 28x + 49$
- e. $7^2 - 2 \times 7 \times 3x + (3x)^2 = 49 - 42x + 9x^2$

10 Facteur commun : une parenthèse ★★★

- a. $A = (x + 3)[(2x - 1) + (x + 5)] = (x + 3)(3x + 4)$
- b. $B = (2x - 5)[(x + 1) - (3x + 2)] = (2x - 5)(x + 1 - 3x - 2) = (2x - 5)(-2x - 1)$
- c. $C = (x - 4)(x - 4 + 3) = (x - 4)(x - 1)$
- d. $D = 5x(x + 2) + 1 \times (x + 2) = (x + 2)(5x + 1)$

11 Identités remarquables : factoriser ★★★

- a. $x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x + 5)^2$
- b. $(3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = (3x - 2)^2$
- c. $7^2 - y^2 = (7 - y)(7 + y)$
- d. $(4x)^2 - 9^2 = (4x - 9)(4x + 9)$
- e. $(2a)^2 + 2 \times 2a \times 5 + 5^2 = (2a + 5)^2$

12 Calcul mental malin ★★★

- a. $51^2 = (50 + 1)^2 = 2500 + 100 + 1 = 2601$
- b. $99^2 = (100 - 1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$
- c. $102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2) = 10000 - 4 = 9996$
- d. $53 \times 47 = (50 + 3)(50 - 3) = 2500 - 9 = 2491$

13 Programme de calcul ★★★

- a. Avec 4 : $(4 + 3)^2 - 9 = 49 - 9 = 40$. Avec -2 : $(-2 + 3)^2 - 9 = 1 - 9 = -8$.
- b. $(x + 3)^2 - 9 = x^2 + 6x + 9 - 9 = x^2 + 6x = x(x + 6)$. Vérification : $4 \times 10 = 40$ et $-2 \times 4 = -8$.
- c. Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul : $x = 0$ ou $x + 6 = 0$, donc $x = 0$ ou $x = -6$.

14 Agrandir un carré ★★★

- a. Aire du rectangle = $(x + 5)(x + 3) = x^2 + 3x + 5x + 15 = x^2 + 8x + 15$ (en cm^2).
- b. L'aire du carré est x^2 . L'augmentation vaut $x^2 + 8x + 15 - x^2 = 8x + 15$ (en cm^2).
- c. Pour $x = 7$: rectangle $12 \times 10 = 120 \text{ cm}^2$, carré 49 cm^2 , augmentation $120 - 49 = 71 \text{ cm}^2$. Et $8 \times 7 + 15 = 56 + 15 = 71 \text{ cm}^2$: c'est cohérent.

15 Différence de carrés consécutifs ★★★

$$(n + 1)^2 - (n - 1)^2 = (n^2 + 2n + 1) - (n^2 - 2n + 1) = n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1 = 4n.$$

On a $2027 = 2026 + 1$ et $2025 = 2026 - 1$, donc avec $n = 2026$: $2027^2 - 2025^2 = 4 \times 2026 = 8104$.

16 Un produit presque carré ★★★

$$n(n + 2) + 1 = n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2 \text{ (identité remarquable lue à l'envers).}$$

Avec $n = 49$: $49 \times 51 + 1 = 50^2 = 2500$. Contrôle : $49 \times 51 = 2499$, et $2499 + 1 = 2500$.

17 Un programme toujours multiple de 4 ★★★

- a. Avec 5 : $(5 + 2)^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$.
- b. $(n + 2)^2 - n^2 = n^2 + 4n + 4 - n^2 = 4n + 4 = 4(n + 1)$. Contrôle avec 5 : $4 \times 6 = 24$.
- c. $4(n + 1) = 60$ donc $n + 1 = 15$ et $n = 14$. Vérification : $16^2 - 14^2 = 256 - 196 = 60$.

18 Factoriser puis contrôler ★★★

- a. $F = (x + 2)^2 - 5^2 = (x + 2 - 5)(x + 2 + 5) = (x - 3)(x + 7)$.
- b. Depuis l'énoncé : $F = x^2 + 4x + 4 - 25 = x^2 + 4x - 21$. Depuis la factorisation : $(x - 3)(x + 7) = x^2 + 7x - 3x - 21 = x^2 + 4x - 21$. Les deux formes sont identiques.

19 Différences de carrés avec parenthèses ★★★

- a. $G = [(2x + 1) - (x - 3)][(2x + 1) + (x - 3)] = (2x + 1 - x + 3)(2x + 1 + x - 3) = (x + 4)(3x - 2)$. Test avec $x = 1$: $9 - 4 = 5$ et $5 \times 1 = 5$.
- b. $H = (3x - 1)^2 - 4^2 = (3x - 1 - 4)(3x - 1 + 4) = (3x - 5)(3x + 3) = 3(3x - 5)(x + 1)$. Test avec $x = 2$: $25 - 16 = 9$ et $3 \times 1 \times 3 = 9$.
- c. $K = (2x)^2 - (x + 6)^2 = (2x - x - 6)(2x + x + 6) = (x - 6)(3x + 6) = 3(x - 6)(x + 2)$. Test avec $x = 0$: -36 et $3 \times (-6) \times 2 = -36$.

20 Aire d'un carré troué ★★★

- a. $A = 10^2 - x^2 = 100 - x^2$ (en cm^2).
- b. $A = 10^2 - x^2 = (10 - x)(10 + x)$.
- c. Pour $x = 4$: $100 - 16 = 84 \text{ cm}^2$ et $(10 - 4)(10 + 4) = 6 \times 14 = 84 \text{ cm}^2$. Les deux écritures concordent.

21 Expressions plus longues ★★★

$$E = (2x^2 + 6x - x - 3) - (x^2 - 4x + 4) + (3x^2 - 3x) = 2x^2 + 5x - 3 - x^2 + 4x - 4 + 3x^2 - 3x = 4x^2 + 6x - 7.$$

Test avec $x = 1$: $1 \times 4 - 1 + 0 = 3$ et $4 + 6 - 7 = 3$.

$$B = (3x + 1)[(3x + 1) - (x - 4)] = (3x + 1)(3x + 1 - x + 4) = (3x + 1)(2x + 5).$$

Test avec $x = 0$: $1 - 1 \times (-4) = 5$ et $1 \times 5 = 5$.

22 Carré d'un nombre terminé par 5 ★★★

- a. $(10a + 5)^2 = 100a^2 + 2 \times 10a \times 5 + 25 = 100a^2 + 100a + 25 = 100a(a + 1) + 25$.
- b. $35 : a = 3$, donc $35^2 = 100 \times 3 \times 4 + 25 = 1225$. $85 : a = 8$, donc $85^2 = 100 \times 8 \times 9 + 25 = 7225$. (Astuce : on multiplie le chiffre des dizaines par le suivant, puis on écrit 25.)