

Distances, angles et triangles

Cours de maths - 6ème

Dans ce chapitre, tu apprends le **langage de la géométrie** : points, droites, segments, cercles et angles. Tu verras comment **mesurer** une distance ou un angle, puis comment **reconnaître et construire** les triangles particuliers avec la règle, le compas, l'équerre et le rapporteur.

1. Points, droites, demi-droites et segments

Les trois objets de base Une **droite** est « toute droite » : elle ne s'arrête jamais, ni d'un côté ni de l'autre. Une **demi-droite** a un point de départ, appelé **origine**, mais elle continue sans fin d'un seul côté. Un **segment** est un morceau de droite compris entre deux points, ses **extrémités** : il a une longueur que l'on peut mesurer.

droite (AB)



demi-droite [AB)



segment [AB]



La droite et la demi-droite se prolongent sans fin ; seul le segment a une longueur que l'on peut mesurer.

Objet	Notation	Se lit
Droite passant par A et B	(AB)	« droite AB »
Demi-droite d'origine A passant par B	[AB)	« demi-droite d'origine A passant par B »
Segment d'extrémités A et B	[AB]	« segment AB »
Longueur du segment [AB]	AB	« AB » (un nombre, avec une unité)

Piège classique La demi-droite [AB) et la demi-droite [BA) ne sont pas les mêmes : elles n'ont pas la même origine et partent chacune dans un sens différent. En revanche, la droite (AB) et la droite (BA) sont identiques, et $AB = BA$.

Points alignés Des points sont **alignés** s'ils sont tous situés sur une même droite. Pour le vérifier, on pose la règle sur deux des points et on regarde si le troisième touche

le bord de la règle.

Exemple Sur une carte, trois arbres A, B et C sont plantés au bord d'une même allée rectiligne : A, B et C sont alignés. Un quatrième arbre D est planté dans l'herbe, à côté de l'allée : A, B et D ne sont pas alignés.

2. Le milieu d'un segment

Milieu Le **milieu** d'un segment $[AB]$ est le point I du segment qui est à la **même distance** des deux extrémités : I appartient à $[AB]$ et $IA = IB$. Il partage le segment en deux morceaux de même longueur.



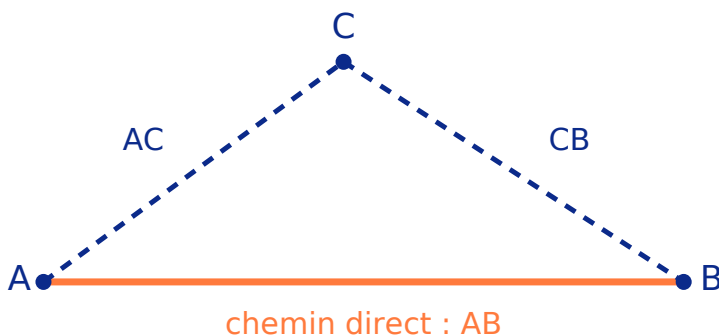
Les petits traits identiques indiquent que AI et IB ont la même longueur : c'est le codage de l'égalité des longueurs.

Trouver le milieu avec la règle graduée 1) Mesure la longueur du segment, par exemple 9 cm. 2) Divise-la par 2 : $9 \div 2 = 4,5$ cm. 3) Place la règle sur le segment et marque un point à 4,5 cm de l'une des extrémités.

Exemple Si M est le milieu de $[PQ]$ et que $PM = 3,6$ cm, alors $MQ = 3,6$ cm aussi, et la longueur totale vaut $PQ = 2 \times 3,6 = 7,2$ cm.

3. La distance entre deux points

Distance La **distance** entre deux points A et B est la longueur du segment $[AB]$, notée AB. C'est le **plus court chemin** pour aller de A à B.



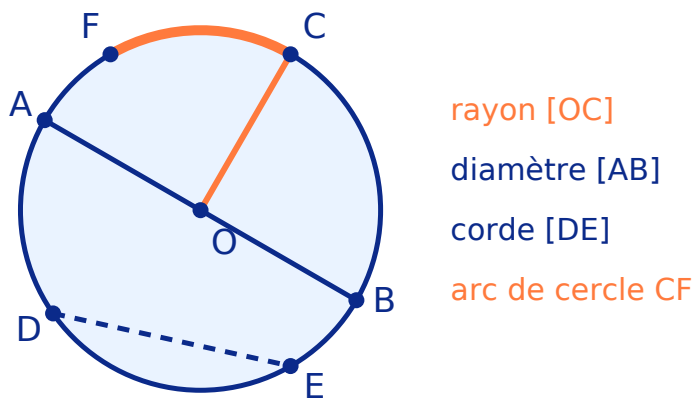
Inégalité triangulaire Pour trois points A, B et C quelconques, aller de A à B en passant par C n'est jamais plus court que d'aller directement de A à B : $AB \leq AC + CB$. De plus, $AB = AC + CB$ seulement si C est **sur le segment $[AB]$** .

Exemple Tu marches 300 m de ta maison A jusqu'à la boulangerie C, puis 200 m jusqu'à l'école B. Le trajet fait 500 m. Si la distance directe AB est de 420 m, C n'est pas sur le segment [AB] (car $420 \neq 500$) : tu as fait un détour de 80 m.

Astuce Pour savoir si un point C est sur le segment [AB], mesure AC, CB et AB : si $AC + CB$ est exactement égal à AB, alors C est bien sur le segment ; sinon, non.

4. Le cercle et le disque

Cercle et disque Le **cercle** de centre O et de rayon r est l'ensemble de tous les points situés à la distance r du point O. Le **disque** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points situés à une distance de O inférieure ou égale à r : c'est le cercle avec son intérieur.



rayon [OC]
diamètre [AB]
corde [DE]
arc de cercle CF

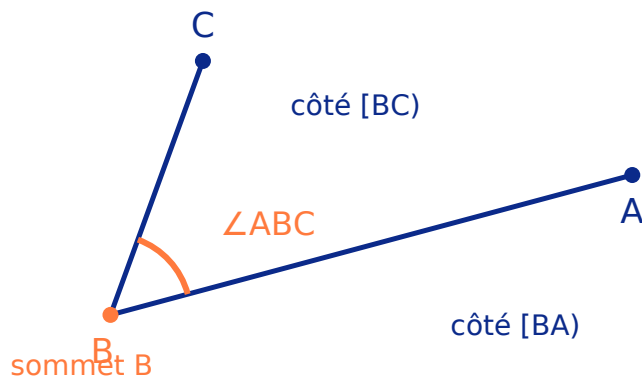
Vocabulaire du cercle Un **rayon** est un segment qui joint le centre à un point du cercle. Une **corde** est un segment qui joint deux points du cercle. Un **diamètre** est une corde qui passe par le centre. Un **arc de cercle** est une portion du cercle entre deux points. Le diamètre est **le double du rayon** : $d = 2 \times r$.

Tracer un cercle de centre O et de rayon 3,5 cm 1) Place le point O. 2) Écarte les branches du compas de 3,5 cm en mesurant avec la règle graduée (la pointe sur le 0, la mine sur 3,5). 3) Pose la pointe sèche sur O. 4) Fais tourner le compas en tenant la tête, sans changer l'écartement, jusqu'à fermer le tour.

Exemple Un cercle de 9 cm de diamètre a un rayon de $9 \div 2 = 4,5$ cm. Un point situé à 4 cm du centre est à l'intérieur du disque ; un point à 5 cm est à l'extérieur.

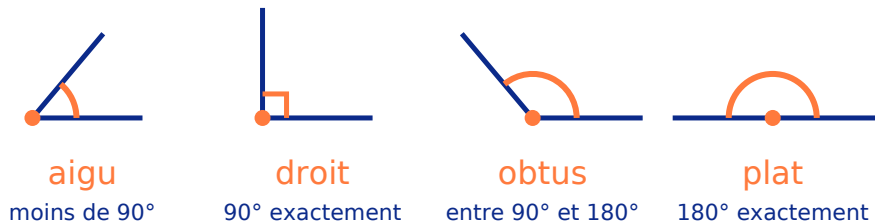
5. Les angles : vocabulaire et notation

Angle Un **angle** est formé par deux demi-droites de même origine. Cette origine commune s'appelle le **sommet** de l'angle, et les deux demi-droites en sont les **côtés**. On mesure un angle en **degrés**, avec le symbole $^\circ$.



On note cet angle $\angle ABC$: la lettre du sommet est toujours écrite au milieu.

Les quatre types d'angles Un angle **aigu** mesure entre 0° et 90° . Un angle **droit** mesure exactement 90° (on le repère avec un petit carré). Un angle **obtus** mesure entre 90° et 180° . Un angle **plat** mesure exactement 180° : ses deux côtés sont alignés.

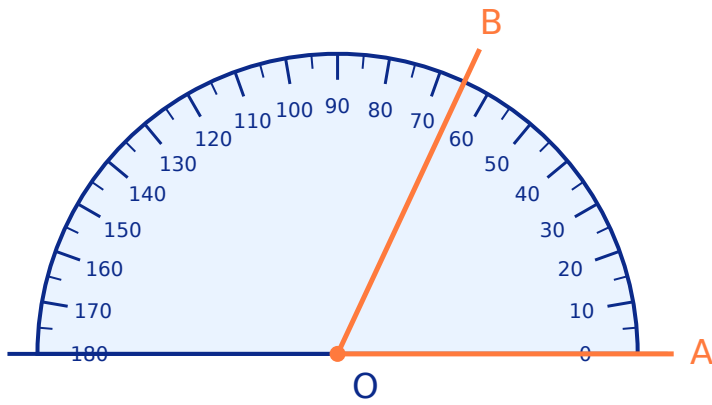


Ne te fie pas à la longueur des côtés La mesure d'un angle ne dépend pas de la longueur des demi-droites dessinées. Un angle dont les côtés sont très longs n'est pas plus grand pour autant : c'est l'écartement qui compte.

Angles adjacents Si un angle est coupé en deux par une demi-droite, la mesure de l'angle entier est la **somme** des mesures des deux angles obtenus. Ainsi, si $\angle AOC = 70^\circ$ et $\angle COB = 40^\circ$, alors $\angle AOB = 70^\circ + 40^\circ = 110^\circ$ (quand C est à l'intérieur de l'angle AOB). Dans un angle plat, les deux angles qui se complètent font 180° .

6. Mesurer et construire un angle au rapporteur

Le rapporteur Le **rapporteur** est un demi-disque gradué de 0° à 180° . Il possède deux graduations qui vont en sens inverse, l'une à partir de la droite, l'autre à partir de la gauche : il faut choisir celle qui commence par 0 sur un côté de l'angle.



Le centre du rapporteur est sur le sommet O, le côté [OA) passe par la graduation 0, et le côté [OB) coupe la graduation 65 : $\angle AOB = 65^\circ$.

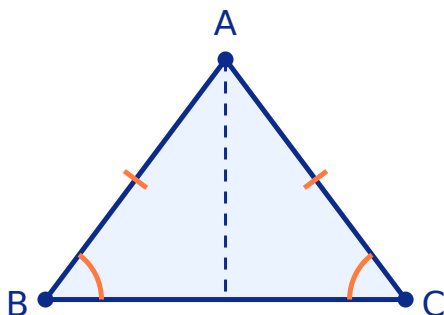
Mesurer un angle 1) Place le centre du rapporteur (la petite croix) exactement sur le sommet. 2) Aligne le bord du rapporteur avec l'un des côtés, de façon que ce côté passe par la graduation 0. 3) Lis la graduation que touche l'autre côté, en suivant la bonne série de nombres, celle qui commence à 0. 4) Vérifie que ta mesure est cohérente : un angle aigu doit mesurer moins de 90° .

Construire un angle $\angle xOy$ de 50° 1) Trace une demi-droite [Ox) avec la règle. 2) Pose le centre du rapporteur sur O et la graduation 0 sur [Ox). 3) Repère un petit point à la graduation 50, du bon côté. 4) Retire le rapporteur, puis trace la demi-droite [Oy) qui part de O et passe par ce point. 5) Code l'angle avec un arc et écris 50° .

Astuce de Mathbot Avant de lire la graduation, demande-toi : « mon angle est-il aigu ou obtus ? ». Si tu lis 130° alors que l'angle semble petit, tu as pris la mauvaise série de nombres : la vraie mesure est $180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$.

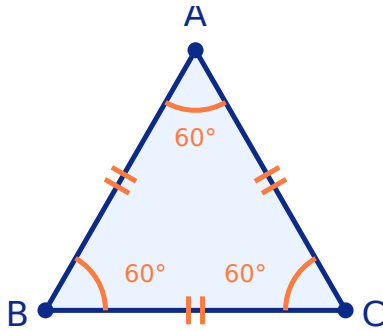
7. Les triangles particuliers

Triangle isocèle Un triangle **isocèle** est un triangle qui a **deux côtés de même longueur**. Le sommet commun à ces deux côtés est le **sommet principal**, et le troisième côté est la **base**.

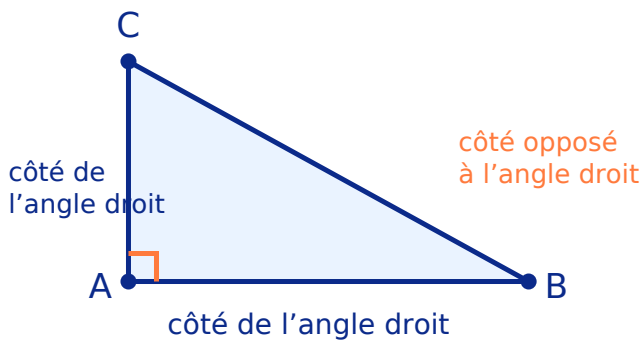


ABC est isocèle en A : $AB = AC$. La droite en pointillés est un axe de symétrie du triangle, et les deux angles de la base sont égaux.

Triangle équilatéral Un triangle **équilatéral** a ses **trois côtés de même longueur**. C'est un cas particulier de triangle isocèle. Ses trois angles sont égaux et mesurent chacun 60° .



Triangle rectangle Un triangle **rectangle** est un triangle qui possède **un angle droit**. On dit qu'il est rectangle au sommet de cet angle droit.



Exemple Un triangle de côtés 6 cm, 6 cm et 4 cm est isocèle, mais pas équilatéral. Un triangle de côtés 5 cm, 5 cm et 5 cm est équilatéral, donc aussi isocèle. Un triangle de côtés 3 cm, 4 cm et 6 cm est quelconque.

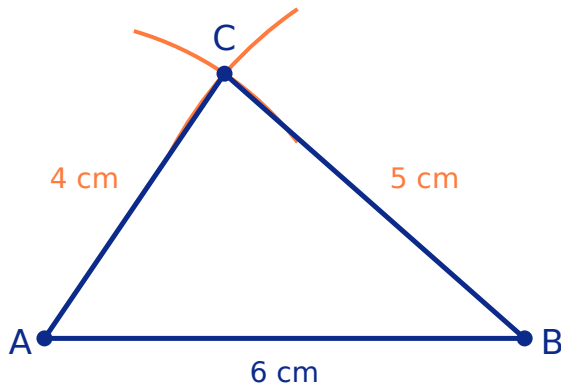
Périmètre d'un triangle Le **périmètre** est la longueur du tour de la figure : on additionne les longueurs des trois côtés. Pour un triangle équilatéral de côté c , le périmètre est $3 \times c$.

Peut-on toujours construire un triangle ? Non ! Il faut que le plus grand côté soit **plus petit que la somme des deux autres** (inégalité triangulaire). Avec des côtés de 2 cm, 3 cm et 7 cm, c'est impossible : $2 + 3 = 5$, et 5 est inférieur à 7, donc les deux petits côtés ne se rejoignent jamais.

8. Construire un triangle

Triangle ABC avec $AB = 6$ cm, $AC = 4$ cm et $BC = 5$ cm 1) Trace à la règle un segment $[AB]$ de 6 cm. 2) Avec le compas, trace un arc de cercle de centre A et de rayon 4 cm, au-dessus du segment. 3) Trace un arc de cercle de centre B et de rayon 5 cm, qui coupe le premier. 4) Appelle C le point d'intersection des deux arcs. 5) Trace les

segments [AC] et [BC]. Garde les traits de construction.



Le point C est à la fois à 4 cm de A et à 5 cm de B : il se trouve à l'intersection des deux arcs.

Construire un triangle rectangle à l'équerre Pour un triangle ABC rectangle en A avec $AB = 5$ cm et $AC = 3$ cm : 1) trace [AB] de 5 cm ; 2) place l'angle droit de l'équerre sur le point A, un côté de l'équerre le long de [AB] ; 3) trace une demi-droite le long de l'autre côté de l'équerre ; 4) place C sur cette demi-droite à 3 cm de A ; 5) trace [BC].

Construire un triangle équilatéral de côté 4 cm Trace [AB] de 4 cm. Avec le même écartement de compas (4 cm), trace un arc de centre A et un arc de centre B. Leur intersection est le point C, qui est à 4 cm de A et à 4 cm de B. Trace [AC] et [BC].

Construire un triangle isocèle de sommet A, $AB = AC = 5$ cm et $BC = 6$ cm

Trace d'abord la base [BC] de 6 cm. Avec le compas écarté de 5 cm, trace un arc de centre B, puis un arc de centre C. Leur intersection est le sommet A. Trace [AB] et [AC] : les deux côtés égaux mesurent bien 5 cm.

À retenir

- Une droite (AB) n'a pas de fin, une demi-droite [AB) a une origine, un segment [AB] a deux extrémités et une longueur AB.
- Le milieu I de [AB] vérifie $IA = IB$; la distance AB est le plus court chemin de A à B, et $AB \leq AC + CB$.
- Un cercle est l'ensemble des points à la même distance (le rayon) de son centre ; le diamètre est le double du rayon.
- Un angle se mesure en degrés avec un rapporteur : aigu (moins de 90°), droit (90°), obtus (entre 90° et 180°), plat (180°).
- Triangle isocèle : deux côtés égaux ; équilatéral : trois côtés égaux et trois angles de 60° ; rectangle : un angle droit.
- Pour construire un triangle on utilise le compas pour reporter les longueurs : le sommet est à l'intersection de deux arcs.