

Droites du plan et systèmes d'équations

Corrigé des exercices - 2de

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Points et droite ★★★

Un point appartient à d si ses coordonnées vérifient l'équation.

- A : $-2 \times 1 + 5 = 3 = y_A$. $A \in d$.
- B : $-2 \times (-2) + 5 = 9 = y_B$. $B \in d$.
- C : $-2 \times 3 + 5 = -1 \neq -2$. $C \notin d$.
- D : $-2 \times 2 + 5 = 1 = y_D$. $D \in d$.

2 Lire m et p ★★★

- $m = 3$ et $p = -4$.
- $m = -0,5$ et $p = 1$.
- Droite horizontale : $m = 0$ et $p = 7$.
- Droite verticale : elle n'a **pas** de coefficient directeur ni d'ordonnée à l'origine (elle coupe l'axe des abscisses en $(-2 ; 0)$).

3 Deux points, une droite ★★★

- $m = (7 - 1) / (2 - 0) = 3$. A est sur l'axe des ordonnées, donc $p = 1$. **$y = 3x + 1$** .
Contrôle : $3 \times 2 + 1 = 7$ ✓.
- $m = (0 - 4) / (3 - (-1)) = -4/4 = -1$. Avec A : $4 = -1 \times (-1) + p$, donc $p = 3$. **$y = -x + 3$** . Contrôle avec B : $-3 + 3 = 0$ ✓.

4 Vecteurs directeurs ★★★

Pour $a x + b y + c = 0$, un vecteur directeur est $(-b ; a)$.

- $a = 2$, $b = 5$: $u(-5 ; 2)$.
- $a = 1$, $b = -4$: $u(4 ; 1)$.
- $a = 3$, $b = 0$: $u(0 ; 3)$. La droite est verticale ($x = 7/3$).
- $a = 0$, $b = 5$: $u(-5 ; 0)$. La droite est horizontale ($y = 8/5$).

5 Forme réduite ★★★

- a. $y = -2x + 6$.
- b. $-2y = -4x - 8$, donc $y = 2x + 4$.
- c. $6y = -3x + 12$, donc $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

6 Solution d'un système ? ★★★

Il faut vérifier les **deux** équations.

- $(2 ; 3) : 2 \times 2 + 3 = 7 \checkmark$ et $2 - 3 = -1 \checkmark$. Solution.
- $(3 ; 1) : 6 + 1 = 7 \checkmark$ mais $3 - 1 = 2 \neq -1$. Non.
- $(1 ; 5) : 2 + 5 = 7 \checkmark$ mais $1 - 5 = -4 \neq -1$. Non.
- $(0 ; 7) : 7 \checkmark$ mais $0 - 7 = -7 \neq -1$. Non.

Seul le couple $(2 ; 3)$ est solution.

7 Parallèles ou sécantes ? ★★★

- a. d_4 s'écrit $y = 2x + 0,5$. Les droites d_1 , d_2 et d_4 ont le même coefficient directeur 2 et des ordonnées à l'origine différentes : elles sont strictement parallèles entre elles. d_3 a pour coefficient -2 : elle est sécante aux autres.
- b. $2x + 3 = -2x + 3 \Leftrightarrow 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$, puis $y = 3$. Point d'intersection : $(0 ; 3)$.

8 Droite par deux points (fraction) ★★★

- a. $m = (-1 - 3) / (4 - (-2)) = -4/6 = -2/3$. Avec A : $3 = -2/3 \times (-2) + p = 4/3 + p$, donc $p = 5/3$. $y = -2/3x + 5/3$. Contrôle avec B : $-8/3 + 5/3 = -1 \checkmark$.
- b. On multiplie par 3 : $3y = -2x + 5$, soit $2x + 3y - 5 = 0$. Contrôle : A : $-4 + 9 - 5 = 0 \checkmark$; B : $8 - 3 - 5 = 0 \checkmark$.

9 Droites verticale et horizontale ★★★

- a. A et B ont la même abscisse 3 : (AB) est verticale, $x = 3$. C et D ont la même ordonnée 4 : (CD) est horizontale, $y = 4$.
- b. Un vecteur directeur de (AB) est $(0 ; 7)$, un de (CD) est $(7 ; 0) : 0 \times 0 - 7 \times 7 = -49 \neq 0$, donc elles ne sont pas colinéaires : les droites sont sécantes. Leur point d'intersection a pour abscisse 3 et pour ordonnée 4 : **$(3 ; 4)$** .

10 Point et vecteur directeur ★★★

- a. Avec $u(-b ; a) = (3 ; 4) : b = -3$ et $a = 4$. L'équation est $4x - 3y + c = 0$. Avec A : $8 + 3 + c = 0$, donc $c = -11$. **$d : 4x - 3y - 11 = 0$** .

b. $B : 20 - 9 - 11 = 0 \checkmark$, $B \in d$. $C : -4 + 15 - 11 = 0 \checkmark$, $C \in d$. $E : 0 - 3 - 11 = -14 \neq 0$, $E \notin d$.

11 Alignement ★★★

$m = (4 - (-2)) / (2 - (-1)) = 6/3 = 2$. Avec A : $-2 = 2 \times (-1) + p$, donc $p = 0$. **(AB) : $y = 2x$.**

- $C : 2 \times 5 = 10 = y_C : C \in (AB)$, les points A, B, C sont alignés.
- $D : 2 \times 4 = 8 \neq 7 : D \notin (AB)$, les points A, B, D ne sont pas alignés.

12 Parallèles, confondues, sécantes ★★★

a. $a b' - a' b = 3 \times (-4) - 6 \times (-2) = -12 + 12 = 0 : d \parallel d'$. Le point (1 ; 4) est sur d ($3 - 8 + 5 = 0$) ; sur d' : $6 - 16 - 1 = -11 \neq 0$. Il n'est pas sur d' : les droites sont **strictement parallèles**.

b. $a b'' - a'' b = 3 \times 2 - 1 \times (-2) = 8 \neq 0 : \text{sécantes}$. On résout $\{ 3x - 2y = -5 ; x + 2y = 9 \}$. En additionnant : $4x = 4$, $x = 1$, puis $1 + 2y = 9$ donne $y = 4$.

Intersection : (1 ; 4). Contrôle : $3 - 8 + 5 = 0 \checkmark$ et $1 + 8 - 9 = 0 \checkmark$.

Remarque : le point (1 ; 4) est justement celui utilisé en a).

13 Parallèle par un point ★★★

a. Même coefficient directeur $-3 : y = -3x + p$. Avec A : $1 = -6 + p$, donc $p = 7$. **$y = -3x + 7$.**

b. Même vecteur directeur : $4x - 5y + c = 0$. Avec B : $-4 - 15 + c = 0$, donc $c = 19$.
 $4x - 5y + 19 = 0$.

14 Substitution ★★★

(S₁) On remplace y : $x + 3(2x - 8) = 11$, soit $7x - 24 = 11$, donc $x = 5$. Alors $y = 2 \times 5 - 8 = 2$. Vérification : $5 + 6 = 11 \checkmark$. **Solution : (5 ; 2).**

(S₂) De la première équation : $x = 2y - 1$. Dans la seconde : $4(2y - 1) + 3y = 18$, soit $11y - 4 = 18$, donc $y = 2$. Alors $x = 3$. Vérification : $3 - 4 = -1 \checkmark$ et $12 + 6 = 18 \checkmark$.

Solution : (3 ; 2).

15 Combinaison ★★★

(S₁) Les coefficients de y sont déjà opposés : on additionne, $7x = 21$, donc $x = 3$. Dans la première : $6 + 3y = 12$, donc $y = 2$. Vérification : $15 - 6 = 9 \checkmark$. **Solution : (3 ; 2).**

(S₂) On multiplie la première équation par 3 et la seconde par 4 : $\{ 12x + 15y = 9 ; 12x + 8y = 16 \}$. On soustrait : $7y = -7$, donc $y = -1$. Dans la seconde : $3x - 2 = 4$, donc $x = 2$. Vérification : $8 - 5 = 3$ ✓. **Solution : (2 ; -1).**

16 Les billets de cinéma ★★★

Soit a le prix d'une place adulte et k celui d'une place enfant (en euros). Le système est $\{ 3a + 2k = 28,5 ; 2a + 3k = 24 \}$.

On multiplie la première équation par 3 et la seconde par 2 : $\{ 9a + 6k = 85,5 ; 4a + 6k = 48 \}$. En soustrayant : $5a = 37,5$, donc $a = 7,5$. Dans la seconde : $15 + 3k = 24$, donc $k = 3$.

Vérification : $3 \times 7,5 + 2 \times 3 = 22,5 + 6 = 28,5$ ✓.

Une place adulte coûte 7,50 € et une place enfant 3 €.

17 Deux clubs de sport ★★★

- a. Club A : $y = 15x + 20$. Club B : $y = 10x + 50$.
- b. On résout $15x + 20 = 10x + 50$: $5x = 30$, $x = 6$, puis $y = 15 \times 6 + 20 = 110$. Le point d'intersection est (6 ; 110). Contrôle : $10 \times 6 + 50 = 110$ ✓.
- c. Les coûts sont égaux (110 €) au bout de 6 mois. Le coefficient directeur de B est plus petit : au-delà de 6 mois, B est moins cher. Pour $x = 7$: A coûte 125 € et B coûte 120 €. **Le club B est plus avantageux à partir de 7 mois.**

18 Pièces de monnaie ★★★

Soit x le nombre de pièces de 1 € et y le nombre de pièces de 2 €. On a $\{ x + y = 25 ; x + 2y = 38 \}$.

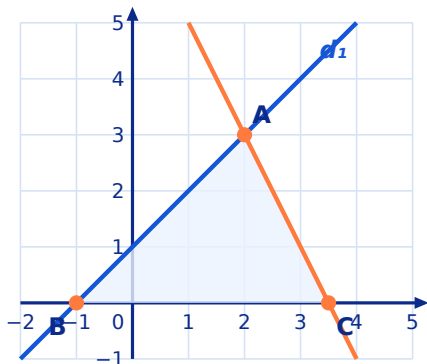
On soustrait les deux équations : $y = 13$. Puis $x = 25 - 13 = 12$.

Vérification : $12 + 2 \times 13 = 38$ ✓.

La tirelire contient 12 pièces de 1 € et 13 pièces de 2 €.

19 Aire d'un triangle ★★★

- a. A : $x + 1 = -2x + 7 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$, $y = 3$: **A(2 ; 3)**. B : $0 = x + 1$ donc **B(-1 ; 0)**. C : $0 = -2x + 7$ donc $x = 7/2$: **C(3,5 ; 0)**.
- b. La base BC est sur l'axe des abscisses : $BC = 3,5 - (-1) = 4,5$ cm. La hauteur issue de A est l'ordonnée de A : 3 cm. Aire = $(4,5 \times 3) / (2) = 6,75$ cm².



20 Intersection avec les axes ★★★

- Pour $y = 0$: $3x = 24$, $x = 8$: **E(8 ; 0)**. Pour $x = 0$: $4y = 24$, $y = 6$: **F(0 ; 6)**.
- On remplace y par x : $3x + 4x = 24$, donc $x = 24/7$. **G(24/7 ; 24/7)**.
- Le triangle OEF est rectangle en O : aire = $(8 \times 6) / (2) = 24 \text{ cm}^2$.

21 Paramètre et parallélisme ★★★

- Les droites sont parallèles si et seulement si $m \times m - 8 \times 2 = 0$, soit $m^2 = 16$, donc **$m = 4$ ou $m = -4$** .
- Pour $m = 4$: $d : 4x + 2y - 1 = 0$ et $d' : 8x + 4y + 3 = 0$. En multipliant d par 2 : $8x + 4y - 2 = 0$; la constante diffère de celle de d' (+3). Strictement parallèles.
Pour $m = -4$: $d : -4x + 2y - 1 = 0$ et $d' : 8x - 4y + 3 = 0$. En multipliant d par -2 : $8x - 4y + 2 = 0 \neq d' (+3)$. Strictement parallèles.
Dans les deux cas, **les droites ne sont jamais confondues**.

22 Système sans solution ou infini ★★★

- On multiplie la seconde équation par 2 : $-2x + 4y = 10$. En additionnant avec la première : $0 = 16$, ce qui est impossible. **Aucune solution** : les droites $2x - 4y = 6$ et $-x + 2y = 5$ sont strictement parallèles (même vecteur directeur (4 ; 2) à un coefficient près, déterminant $2 \times 2 - (-1) \times (-4) = 0$).
- La première équation est le triple de la seconde ($3 \times (x + 2y) = 3 \times 3$). Elles sont équivalentes : **une infinité de solutions**, tous les couples $(x ; y)$ vérifiant $x + 2y = 3$, par exemple (1 ; 1) ou (3 ; 0). Les droites sont confondues.

23 Rencontre de deux cyclistes ★★★

- Léa : $d = 12t$. Tom : il roule depuis $t - 0,5$ heure, donc $d = 20(t - 0,5) = 20t - 10$.
- On résout $12t = 20t - 10$: $8t = 10$, donc $t = 1,25 \text{ h}$, soit 1 h 15 min. Alors $d = 12 \times 1,25 = 15 \text{ km}$. Contrôle : $20 \times 1,25 - 10 = 15 \checkmark$.

Tom rejoint Léa à 15 h 15, à 15 km du village.

24 Tarifs de location ★★★

$2(f + 3j) = 84$, soit $f + 3j = 42$. Et $3(f + 2j) = 90$, soit $f + 2j = 30$. Système : $\{ f + 3j = 42 ; f + 2j = 30 \}$.

En soustrayant : $j = 12$. Puis $f = 30 - 24 = 6$. Vérification : $2 \times (6 + 36) = 84$ ✓ et $3 \times (6 + 24) = 90$ ✓.

Coût de 4 vélos pendant 5 jours : $4 \times (6 + 5 \times 12) = 4 \times 66 = 264$ €.

Le forfait est de 6 € par vélo, le prix de 12 € par vélo et par jour, et la location demandée coûte 264 €.