

Équations

Cours de maths - 4ème

Dans ce chapitre, tu apprends à **résoudre des équations** : trouver le ou les nombres qui rendent une égalité vraie. Tu vas voir comment tester une égalité, comment la transformer sans la casser, comment résoudre une équation du premier degré, puis comment utiliser les équations pour **résoudre des problèmes**.

1. Rappels : expressions littérales et égalités

Expression littérale Une expression littérale contient une ou plusieurs lettres qui représentent des nombres. Quand on remplace la lettre par un nombre, on peut calculer la **valeur** de l'expression. Le signe $\times$ est souvent omis : $3x$ signifie $3 \times x$.

Exemple Pour $x = 4$: $3x + 5 = 3 \times 4 + 5 = 12 + 5 = 17$. Pour $x = -2$: $3x + 5 = 3 \times (-2) + 5 = -6 + 5 = -1$.

Une **égalité** est une phrase mathématique avec le signe $=$. Elle peut être **vraie** ($7 + 5 = 12$) ou **fausse** ($7 + 5 = 13$). Quand elle contient une lettre, tout dépend de la valeur donnée à cette lettre.

2. Équation, inconnue, solution

Équation Une **équation** est une égalité qui contient une lettre appelée **inconnue**. Ce qui est à gauche du signe $=$ est le **membre de gauche**, ce qui est à droite est le **membre de droite**. Une **solution** est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie. **Résoudre** une équation, c'est trouver toutes ses solutions.

Exemple Dans $5x - 3 = 2x + 9$, l'inconnue est x , le membre de gauche est $5x - 3$ et le membre de droite est $2x + 9$. Le nombre 4 est une solution : $5 \times 4 - 3 = 17$ et $2 \times 4 + 9 = 17$.

Ne pas confondre Une **expression** (comme $5x - 3$) n'a pas de signe $=$, on ne peut pas la « résoudre », seulement la calculer ou la transformer. Une **équation** a toujours un signe $=$.

3. Tester une égalité

Savoir si un nombre est solution 1) On remplace l'inconnue par le nombre dans le membre de gauche et on calcule. 2) On fait la même chose dans le membre de droite.

3) Si on trouve le même résultat, l'égalité est vraie : le nombre est solution. Sinon, il n'est pas solution.

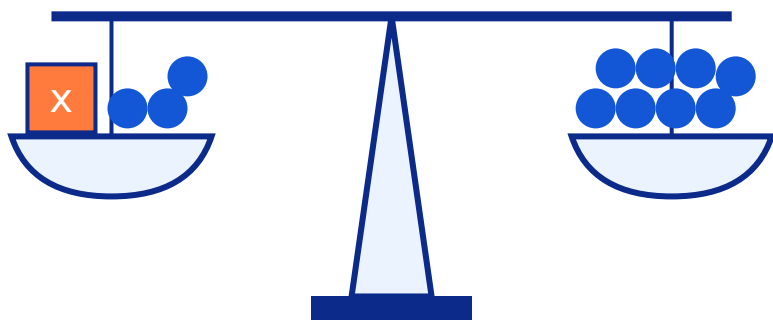
Exemple Le nombre 2 est-il solution de $4x + 1 = 3x + 4$? Gauche : $4 \times 2 + 1 = 9$. Droite : $3 \times 2 + 4 = 10$. Comme $9 \neq 10$, **2 n'est pas solution**. Avec 3 : gauche $4 \times 3 + 1 = 13$; droite $3 \times 3 + 4 = 13$. **3 est solution**.

Astuce Tester des valeurs au hasard peut dépanner, mais ça ne prouve jamais qu'on a toutes les solutions. Pour être sûr, on **résout** l'équation avec les propriétés qui suivent. Et on peut ensuite tester la solution trouvée pour vérifier.

4. Les propriétés de l'égalité : la balance

Imagine une balance en équilibre. Si tu ajoutes ou retires la même masse des deux côtés, elle reste en équilibre. C'est exactement ce qui se passe avec une égalité.

$$x + 3 = 8$$



La balance est équilibrée : $x + 3 = 8$. En retirant 3 masses de chaque côté, on voit que $x = 5$.

Propriétés Pour tous nombres a , b et c :

- Une égalité reste vraie quand on **ajoute** ou qu'on **soustrait** le même nombre aux deux membres : si $a = b$, alors $a + c = b + c$ et $a - c = b - c$.
- Une égalité reste vraie quand on **multiplie** les deux membres par le même nombre, ou qu'on les **divise** par le même nombre **non nul** : si $a = b$, alors $a \times c = b \times c$ et, si $c \neq 0$, $a \div c = b \div c$.

Piège On ne divise jamais par 0. Et il faut toujours faire la **même opération des deux côtés** : si tu soustrais 7 à gauche, tu soustrais aussi 7 à droite.

5. Résoudre $x + a = b$, $ax = b$ et $x \div a = b$

On « défait » l'opération On utilise l'opération inverse : l'addition se défait par la soustraction, la multiplication par la division (et réciproquement).

Trois exemples résolus

- $x + 8 = 3$: on retire 8 aux deux membres. $x + 8 - 8 = 3 - 8$, donc $x = -5$. La solution est -5 .
- $6x = 15$: on divise les deux membres par 6. $x = 15 \div 6 = \mathbf{5/2} = 2,5$. La solution est 2,5.
- $x/4 = 7$: on multiplie les deux membres par 4. $x = 7 \times 4 = 28$. La solution est 28.

Quand le résultat de la division n'est pas décimal, on donne la **fraction** : la solution de $3x = 2$ est **2/3** (on n'écrit pas 0,666...).

Vérifier Remplace la solution dans l'équation de départ : pour $6x = 15$ avec $x = 2,5$, on trouve $6 \times 2,5 = 15$. C'est bon !

6. Résoudre une équation du type $ax + b = c$

Méthode en deux temps 1) On supprime le terme **b** en l'ajoutant ou le soustrayant des deux côtés (ax est alors seul à gauche). 2) On divise les deux membres par **a**. On écrit une étape par ligne et on termine par une phrase.

Exemple : $5x - 7 = 18$

$$5x - 7 + 7 = 18 + 7$$

$$5x = 25$$

$$x = 25 \div 5 = 5$$

La solution est 5. Vérification : $5 \times 5 - 7 = 25 - 7 = 18$. ✓

Exemple avec un coefficient négatif : $4 - 3x = 13$

$$4 - 3x - 4 = 13 - 4, \text{ donc } -3x = 9$$

$$x = 9 \div (-3) = -3. \text{ La solution est } -3.$$

Vérification : $4 - 3 \times (-3) = 4 + 9 = 13$. ✓

7. L'inconnue est des deux côtés et il y a des parenthèses

Équation du type $ax + b = cx + d$ 1) On **développe** les parenthèses s'il y en a, et on réduit chaque membre. 2) On regroupe les termes en x dans un seul membre (en

Fiche en ligne : maths-facile.eu/equations-cours-4eme/ · Cours, exercices et contrôles corrigés sur maths-facile.eu ·

retirant $3x$ des deux côtés). 3) On regroupe les nombres dans l'autre membre. 4) On divise par le coefficient de x .

Exemple : $7x + 4 = 3x + 20$

$$7x + 4 - 3x = 3x + 20 - 3x, \text{ donc } 4x + 4 = 20$$

$$4x + 4 - 4 = 20 - 4, \text{ donc } 4x = 16$$

$$x = 16 \div 4 = 4. \text{ La solution est } 4.$$

$$\text{Vérification : } 7 \times 4 + 4 = 32 \text{ et } 3 \times 4 + 20 = 32. \checkmark$$

Exemple avec parenthèses : $2(x + 5) = 5x - 8$

$$\text{On développe : } 2x + 10 = 5x - 8$$

$$2x + 10 - 2x = 5x - 8 - 2x, \text{ donc } 10 = 3x - 8$$

$$10 + 8 = 3x, \text{ donc } 18 = 3x, \text{ donc } x = 6. \text{ La solution est } 6.$$

$$\text{Vérification : } 2 \times (6 + 5) = 22 \text{ et } 5 \times 6 - 8 = 22. \checkmark$$

Piège classique Dans $-(x - 4)$, le signe $-$ change **tous** les signes à l'intérieur : $-(x - 4) = -x + 4$ (et non $-x - 4$). Quand un facteur multiplie la parenthèse, il multiplie **chaque** terme : $3(x - 2) = 3x - 6$.

8. Mettre un problème en équation

Mettre en équation C'est traduire l'énoncé d'un problème par une équation. Résoudre cette équation permet de répondre à la question posée.

Les quatre étapes 1) **Choisir l'inconnue** : « Soit x le nombre de... » (avec l'unité si besoin). 2) **Mettre en équation** : exprimer les données avec x et écrire l'égalité. 3) **Résoudre** l'équation. 4) **Conclure** par une phrase réponse, après avoir vérifié que la solution a du sens (un nombre de personnes est un entier positif).

Exemple Un rectangle a une longueur de 3 cm de plus que sa largeur. Son périmètre est 26 cm. Quelles sont ses dimensions ?

$$1) \text{ Soit } x \text{ la largeur en cm. La longueur est } x + 3.$$

$$2) \text{ Périmètre : } 2 \times (x + (x + 3)) = 26, \text{ soit } 2(2x + 3) = 26.$$

$$3) 4x + 6 = 26, \text{ donc } 4x = 20, \text{ donc } x = 5.$$

4) La largeur est 5 cm et la longueur 8 cm. Vérification : $2 \times (5 + 8) = 26$. ✓

Mathbot te conseille Quand un problème te semble trop long, commence par écrire « Soit x ... ». Une fois l'inconnue choisie, la moitié du travail est faite !

Pour comparer deux offres, on cherche souvent la valeur pour laquelle elles donnent le même résultat : on écrit une équation avec la lettre des deux côtés (partie 7).

À retenir

- Une équation est une égalité avec une inconnue ; une solution est une valeur qui rend l'égalité vraie.
- Pour tester un nombre, on calcule chaque membre avec ce nombre : les résultats doivent être égaux.
- On peut ajouter, soustraire, multiplier ou diviser (par un nombre non nul) les deux membres par le même nombre sans changer les solutions.
- Pour $ax + b = c$: on enlève b , puis on divise par a . Pour $ax + b = cx + d$: on regroupe les x d'un côté, les nombres de l'autre.
- Avant de résoudre, on développe et on réduit les parenthèses ; on vérifie ensuite sa solution dans l'équation de départ.
- Pour un problème : choisir l'inconnue, mettre en équation, résoudre, conclure par une phrase.