

Équations de droites et de cercles

Corrigé du contrôle - 1ère

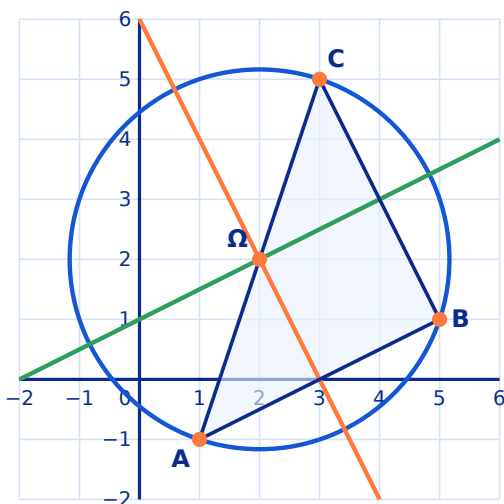
Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Équations de droites / 4 pts

- a. (2 pts) **AB**(4 ; -6), colinéaire à (2 ; -3) : (1 pt) un vecteur normal est (3 ; 2).
Équation $3x + 2y + c = 0$, et avec A : $-3 + 8 + c = 0$, $c = -5$: **$3x + 2y - 5 = 0$** (0,5 pt) ; contrôle avec B : $9 - 4 - 5 = 0$ ✓ (0,5 pt).
- b. (1 pt) Même vecteur normal (3 ; 2) : $3x + 2y + c = 0$ avec C : $6 + 6 + c = 0$, donc **$3x + 2y - 12 = 0$** .
- c. (1 pt) Un vecteur normal est (2 ; -3) (orthogonal à (3 ; 2)) : $2x - 3y + c = 0$ avec C : $4 - 9 + c = 0$, donc **$2x - 3y + 5 = 0$** .

2 Cercle circonscrit / 5 pts

- a. (1,5 pt) Milieu de [AB] : (3 ; 0). **AB**(4 ; 2), normal (2 ; 1). Équation $2x + y + c = 0$; avec le milieu : $6 + c = 0$, donc **$2x + y - 6 = 0$** .
- b. (1,5 pt) Milieu de [BC] : (4 ; 3). **BC**(-2 ; 4), normal (1 ; -2). Équation $x - 2y + c = 0$; avec le milieu : $4 - 6 + c = 0$, donc **$x - 2y + 2 = 0$** .
- c. (1 pt) $y = 6 - 2x$; alors $x - 12 + 4x + 2 = 0$, $5x = 10$, $x = 2$, $y = 2$. **$\Omega(2 ; 2)$** .
- d. (1 pt) $\Omega A^2 = 1 + 9 = 10$, $\Omega B^2 = 9 + 1 = 10$, $\Omega C^2 = 1 + 9 = 10$. Les trois distances valent $\sqrt{10}$ (0,5 pt). Équation du cercle circonscrit : **$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 10$** (0,5 pt).



3 Cercle et tangente / 4 pts

- a. (2 pts) $x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$ et $y^2 + 4y = (y + 2)^2 - 4$. L'équation devient $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 - 1 - 4 - 15 = 0$, soit $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 20$ (1,5 pt). C'est le cercle de centre $\Omega(1 ; -2)$ et de rayon $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ (0,5 pt).
- b. (0,5 pt) $(5 - 1)^2 + (0 + 2)^2 = 16 + 4 = 20$ ✓.
- c. (1,5 pt) $\Omega A(4 ; 2)$ est normal à la tangente (0,5 pt) : $4(x - 5) + 2(y - 0) = 0$, soit $2x + y - 10 = 0$ (0,5 pt). Contrôle avec A : $10 - 10 = 0$ ✓ (0,5 pt).

4 Droites et cercle / 4 pts

- a. (2 pts) De $d : y = 2x - 4$. On remplace : $(x - 1)^2 + (2x - 2)^2 = 20 \Leftrightarrow 5(x - 1)^2 = 20 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 4$ (1 pt) $\Leftrightarrow x = 3$ ou $x = -1$ (0,5 pt). Les points d'intersection sont **(3 ; 2)** et **(-1 ; -6)** (0,5 pt).
- b. (2 pts) On remplace $y = 2x + m$: $(x - 1)^2 + (2x + m + 2)^2 = 20$, soit $5x^2 + (4m + 6)x + (m + 2)^2 - 19 = 0$ (0,5 pt). $\Delta = (4m + 6)^2 - 20((m + 2)^2 - 19) = -4m^2 - 32m + 336$ (0,5 pt). Tangente $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow m^2 + 8m - 84 = 0$ (0,5 pt), de discriminant $64 + 336 = 400$: $m = (-8 - 20)/2 = -14$ ou $m = (-8 + 20)/2 = 6$. **Il y a deux tangentes : $m = 6$ et $m = -14$** (0,5 pt).

5 Vrai ou faux ? / 3 pts

- a. **Vrai** (1 pt) : les vecteurs normaux $(2 ; -3)$ et $(6 ; 4)$ vérifient $2 \times 6 + (-3) \times 4 = 12 - 12 = 0$.
- b. **Faux** (1 pt) : $(x + 2)^2 - 4 + (y - 1)^2 - 1 + 6 = 0$ donne $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = -1$, impossible : l'ensemble est vide.
- c. **Vrai** (1 pt) : pour $x = 3$, l'équation du cercle donne $4 + y^2 = 4$, soit $y = 0$: un seul point commun $(3 ; 0)$. (On peut aussi remarquer que la distance du centre $(1 ; 0)$ à la droite vaut 2, le rayon.)