

Espace : prismes, cylindres et pyramides

Corrigé des exercices - 4ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Reconnaître des solides ★★★

- Une boîte de céréales est un **pavé droit**, donc un prisme droit à base rectangulaire.
- La bougie ronde est un **cylindre de révolution** (deux bases en disque).
- Les deux côtés triangulaires sont des bases superposables et parallèles reliées par des rectangles : c'est un **prisme droit à base triangulaire**.
- La balle est une boule : **aucun** des trois solides.
- Une base carrée et des faces triangulaires qui se rejoignent en un sommet : une **pyramide à base carrée**.

2 Faces, arêtes, sommets ★★★

- Base à $n = 5$ côtés : faces = $5 + 2 = 7$; arêtes = $3 \times 5 = 15$; sommets = $2 \times 5 = 10$.
- Base à $n = 6$ côtés : faces = $6 + 1 = 7$; arêtes = $2 \times 6 = 12$; sommets = $6 + 1 = 7$.

3 Tableau et relation d'Euler ★★★

n	$F = n + 2$	$S = 2n$	$A = 3n$	$F + S - A$
3	5	6	9	$5 + 6 - 9 = 2$
4	6	8	12	$6 + 8 - 12 = 2$
8	10	16	24	$10 + 16 - 24 = 2$

On trouve toujours **2**. Cette relation ($F + S - A = 2$) est vraie pour les prismes et les pyramides : elle sert à vérifier un comptage.

4 Volume d'un prisme ★★★

Aire de la base : $B = 6 \times 8 \div 2 = 24 \text{ cm}^2$.

Volume : $V = B \times h = 24 \times 10 = 240 \text{ cm}^3$.

5 Volume d'un cylindre ★★★

$$V = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 5^2 \times 12 = \pi \times 25 \times 12 = \mathbf{300\pi \text{ cm}^3}.$$

À la calculatrice : $300\pi \approx \mathbf{942,48 \text{ cm}^3}$.

6 Volume d'une pyramide ★★★

Aire de la base : $B = 6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2$.

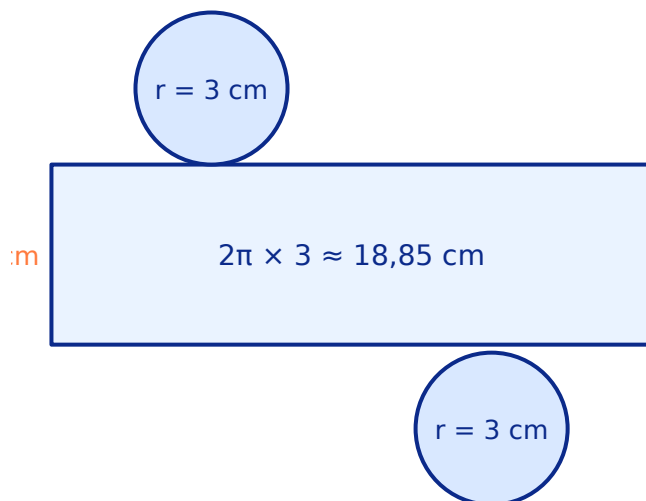
$$V = \mathbf{1/3} \times B \times h = \mathbf{1/3} \times 36 \times 9 = 324 \div 3 = \mathbf{108 \text{ cm}^3}.$$

7 Changer d'unité ★★★

- a. $2,5 \text{ L} = 2,5 \text{ dm}^3 = \mathbf{2\,500 \text{ cm}^3}$.
- b. $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$, donc $3 \text{ m}^3 = \mathbf{3\,000 \text{ L}}$.
- c. $1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$, donc $450 \text{ cm}^3 = \mathbf{0,45 \text{ L}}$.
- d. $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$, donc $0,8 \text{ m}^3 = \mathbf{800 \text{ dm}^3}$.

8 Patron d'un cylindre ★★★

- a. La surface latérale dépliée est un **rectangle**. Sa hauteur est 8 cm et sa longueur est le périmètre de la base : $2 \times \pi \times 3 = 6\pi \approx \mathbf{18,8 \text{ cm}}$.
- b. Le patron se compose de ce rectangle (18,8 cm sur 8 cm) et de deux disques de rayon 3 cm, tangents au rectangle.



9 Vrai ou faux ? ★★★

- a. **Vrai.** Un cube a deux bases carrées superposables et des faces latérales carrées, donc rectangulaires.
- b. **Vrai.** C'est ce qui rend le prisme « droit » : les faces latérales sont des rectangles.

- c. **Faux.** Le volume d'une pyramide est $\frac{1}{3} \times B \times h$; $B \times h$ est le volume du prisme de même base et de même hauteur.
- d. **Faux.** $V = \pi \times r^2 \times h$: si r devient $2r$, alors $(2r)^2 = 4r^2$ et le volume est multiplié par **4**.
- e. **Vrai.** C'est un disque de même rayon que les bases.

10 Aires d'un prisme ★★★

Périmètre de la base : $5 + 12 + 13 = 30$ cm.

Aire latérale = périmètre $\times$ hauteur = $30 \times 7 = \mathbf{210 \text{ cm}^2}$ (trois rectangles : $5 \times 7 + 12 \times 7 + 13 \times 7 = 35 + 84 + 91 = 210$).

Aire d'une base : $5 \times 12 \div 2 = 30 \text{ cm}^2$. Aire totale = $210 + 2 \times 30 = \mathbf{270 \text{ cm}^2}$.

11 La boîte de conserve ★★★

- a. Le rayon est $8 \div 2 = 4$ cm. $V = \pi \times 4^2 \times 11 = 176\pi \approx 552,92 \text{ cm}^3$, soit environ **553 cm³**. Comme $1 \text{ cL} = 10 \text{ cm}^3$, cela fait environ **55,3 cL**.
- b. L'étiquette est un rectangle de hauteur **11 cm** et de longueur $2 \times \pi \times 4 = 8\pi \approx \mathbf{25,1 \text{ cm}}$. Son aire est $8\pi \times 11 = 88\pi \approx \mathbf{276 \text{ cm}^2}$.

12 L'aquarium ★★★

- a. L'eau forme un pavé de 80 cm sur 35 cm sur 40 cm : $V = 80 \times 35 \times 40 = 112\,000 \text{ cm}^3 = 112 \text{ dm}^3 = \mathbf{112 \text{ L}}$.
- b. Il reste $45 - 40 = 5$ cm de hauteur : $80 \times 35 \times 5 = 14\,000 \text{ cm}^3 = \mathbf{14 \text{ L}}$.
Phrase réponse : l'aquarium contient 112 L et il faut encore 14 L pour le remplir.

13 Un tas de sable en pyramide ★★★

Aire de la base : $B = 12 \times 9 = 108 \text{ m}^2$.

$V = \frac{1}{3} \times 108 \times 4,5 = 36 \times 4,5 = \mathbf{162 \text{ m}^3}$.

14 Prisme à base trapèze ★★★

Aire du trapèze : $B = (8 + 5) \times 4 \div 2 = 13 \times 2 = 26 \text{ cm}^2$.

Volume : $V = B \times h = 26 \times 10 = \mathbf{260 \text{ cm}^3}$.

Attention : on multiplie par 10 cm (hauteur du prisme), pas par 4 cm (hauteur du trapèze).

15 Retrouver une hauteur ★★★

- a. Aire de la base : $6 \times 5 = 30 \text{ cm}^2$. Comme $V = B \times h$, on a $30 \times h = 180$, donc $h = 180 \div 30 = \mathbf{6 \text{ cm}}$.
- b. $V = \pi \times 4^2 \times h = 16\pi \times h = 200$, donc $h = 200 \div (16\pi) \approx \mathbf{3,98 \text{ cm}}$.

16 Quelle section ? ★★★

1. La section par un plan parallèle à une face est identique à cette face : c'est un **rectangle de 6 cm sur 3 cm**.
2. a) La section est un disque de rayon 3 cm, d'aire $\pi \times 3^2 = \mathbf{9\pi \text{ cm}^2}$ ($\approx 28,27 \text{ cm}^2$). b) La section est un rectangle de hauteur 10 cm et de largeur égale au diamètre 6 cm : **6 cm sur 10 cm**, d'aire 60 cm^2 .

17 Le patron d'un prisme ★★★

Les deux rectangles latéraux de gauche et de droite ont pour largeur les côtés égaux du triangle : 5 cm. Ils mesurent donc **5 × 9 (cm)**.

Périmètre de la base : $5 + 5 + 6 = 16 \text{ cm}$; aire latérale = $16 \times 9 = 144 \text{ cm}^2$.

Aire d'une base : $6 \times 4 \div 2 = 12 \text{ cm}^2$; deux bases : 24 cm^2 .

Aire totale : $144 + 24 = \mathbf{168 \text{ cm}^2}$.

18 Un cube découpé en pyramides ★★★

- a. Cube : $6^3 = \mathbf{216 \text{ cm}^3}$. La base ABCD est un carré de 36 cm^2 et la hauteur [CG] mesure 6 cm. $V = \mathbf{1/3} \times 36 \times 6 = \mathbf{72 \text{ cm}^3}$.
- b. Les trois faces ABCD, ABFE et ADHE sont celles qui ne contiennent pas G ; les trois pyramides sont superposables par symétrie du cube et se partagent tout son volume sans se chevaucher. Chacune vaut donc $216 \div 3 = 72 \text{ cm}^3$, ce qui confirme la question a.
- c. Base ABC : triangle rectangle isocèle de côtés de l'angle droit 6 cm, d'aire $6 \times 6 \div 2 = 18 \text{ cm}^2$. Hauteur : l'arête [BF], 6 cm. $V = \mathbf{1/3} \times 18 \times 6 = \mathbf{36 \text{ cm}^3}$, soit $36 \div 216 = \mathbf{1/6}$ du volume du cube.

19 Le seau ★★★

- a. $V = \pi \times 15^2 \times 30 = 6\,750\pi \approx 21\,205,75 \text{ cm}^3 \approx 21\,205,75 \text{ cm}^3$, soit environ **21,2 L**.
- b. $15 \text{ L} = 15\,000 \text{ cm}^3$. L'eau forme un cylindre de même rayon : $\pi \times 15^2 \times h = 15\,000$, donc $h = 15\,000 \div (225\pi) \approx \mathbf{21,2 \text{ cm}}$.

Phrase réponse : le seau contient environ 21,2 L et l'eau monte à 21,2 cm environ.

20 Le chocolat triangulaire ★★★

- a. Aire de la base : $5 \times 4,4 \div 2 = 11 \text{ cm}^2$. $V = 11 \times 28 = \mathbf{308 \text{ cm}^3}$.
- b. Masse : $308 \times 1,3 = \mathbf{400,4 \text{ g}}$. Il y a donc environ 400 g de chocolat.

21 Un tuyau ★★★

Volume du cylindre plein : $\pi \times 5^2 \times 20 = 500\pi \text{ cm}^3$. Volume du « trou » : $\pi \times 4^2 \times 20 = 320\pi \text{ cm}^3$.

Matière : $500\pi - 320\pi = \mathbf{180\pi \text{ cm}^3} \approx \mathbf{565 \text{ cm}^3}$ (la valeur à deux décimales est 565,49).

22 Pyramide régulière ★★★

- a. $B = 8 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$. $V = \mathbf{1/3} \times 64 \times 3 = \mathbf{64 \text{ cm}^3}$.
- b. Triangle SHM rectangle en H : d'après le théorème de Pythagore, $SM^2 = SH^2 + HM^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, donc $SM = \mathbf{5 \text{ cm}}$.
- c. Une face latérale est un triangle de base 8 cm et de hauteur $SM = 5 \text{ cm}$: aire $8 \times 5 \div 2 = 20 \text{ cm}^2$. Aire latérale : $4 \times 20 = \mathbf{80 \text{ cm}^2}$. Aire totale : $80 + 64 = \mathbf{144 \text{ cm}^2}$.

23 Cylindre dans un cube ★★★

- a. Cube : $10^3 = \mathbf{1\ 000 \text{ cm}^3}$. Le rayon est 5 cm : cylindre : $\pi \times 5^2 \times 10 = 250\pi \approx \mathbf{785,4 \text{ cm}^3}$.
- b. Volume perdu : $1\ 000 - 785,40 = 214,60 \text{ cm}^3$. Pourcentage : $214,60 \div 1\ 000 \approx 0,215$, soit environ $\mathbf{21 \%}$ du cube.

24 Une pyramide, une hauteur ★★★

$B = 10 \times 5 = 50 \text{ cm}^2$. $V = \mathbf{1/3} \times 50 \times h = 150$, donc $50 \times h = 450$ et $h = 450 \div 50 = \mathbf{9 \text{ cm}}$.

Prisme de même base et de même hauteur : $V = 50 \times 9 = \mathbf{450 \text{ cm}^3}$, soit 3×150 : trois fois le volume de la pyramide.

25 Le pack de six boîtes ★★★

- a. Sur la longueur : 3 boîtes de 8 cm : 24 cm. Sur la largeur : 2 boîtes : 16 cm. Hauteur : 11 cm. Dimensions : $\mathbf{24 \text{ cm} \times 16 \text{ cm} \times 11 \text{ cm}}$.
- b. Volume du carton : $24 \times 16 \times 11 = \mathbf{4\ 224 \text{ cm}^3}$. Une boîte : $176\pi \text{ cm}^3$; six boîtes : $1\ 056\pi \approx \mathbf{3\ 318 \text{ cm}^3}$.
- c. Volume vide : $4\ 224 - 3\ 317,52 \approx \mathbf{906 \text{ cm}^3}$.