

Fonction logarithme népérien

Contrôle de maths - Terminale

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Calculs avec $\ln$ / 3 pts

Calculatrice interdite.

- Simplifie $A = \ln(e^5) + \ln(1/e^2)$.
- Exprime $\ln 40$ en fonction de $a = \ln 2$ et $c = \ln 5$.
- Exprime $\ln(25/8)$ en fonction de a et c .
- Exprime $\ln 0,4$ en fonction de a et c .

2 Équations et inéquation / 3 pts

Calculatrice interdite. Résous :

- $\ln(2x + 1) = \ln(x + 4)$
- $\ln x + \ln(x + 1) = \ln 6$
- $\ln(3 - x) \geq 0$

3 Seuils / 3 pts

Calculatrice autorisée.

- Un capital de 5 000 € placé à 3 % par an. À partir de quelle année dépasse-t-il 7 000 € ?
- Une population diminue de 10 % par an. Au bout de combien d'années est-elle inférieure à 5 % de la population initiale ?

4 Limites / 4 pts

Détermine les limites suivantes en justifiant.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 3 \ln x)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x / x + 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} 1 + \ln x / x$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(x^2 + 1) - \ln x)$

5 Étude de $x \ln x - 2x$ / 5 pts

Soit $f(x) = x \ln x - 2x$ sur $]0 ; +\infty[$.

- Calcule $f'(x)$, étudie son signe et dresse le tableau de variations de f (on donnera la valeur du minimum).
- Détermine les limites de f en 0^+ et en $+\infty$.
- Résous $f(x) = 0$.
- Détermine l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 1.

6 Une fonction $\ln(u)$ / 2 pts

Soit $g(x) = \ln(x^2 + 1)$ sur $\mathbb{R}$.

- Justifie que g est définie sur $\mathbb{R}$, calcule $g'(x)$ et dresse le tableau de variations.
- Résous $g(x) = \ln 5$.