

Fonctions linéaires et affines

Corrigé des exercices - 3ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Images avec une fonction linéaire ★★★

$$f(3) = 4 \times 3 = \mathbf{12}.$$

$$f(-2) = 4 \times (-2) = \mathbf{-8}.$$

$$f(0) = 4 \times 0 = \mathbf{0} \text{ (une fonction linéaire donne toujours 0 pour 0).}$$

$$f(1,5) = 4 \times 1,5 = \mathbf{6}.$$

2 Linéaire, affine ou aucune ? ★★★

- a. $5x - 2$ est de la forme $ax + b$ avec $a = 5$ et $b = -2 \neq 0$: **affine non linéaire**.
- b. $-3x$ est de la forme ax : **linéaire** (donc aussi affine).
- c. $7 = 0x + 7$: **affine** (fonction constante), non linéaire car $b = 7 \neq 0$.
- d. Il y a un carré : **ni l'une ni l'autre**.
- e. $x/4 = 0,25x$: **linéaire** de coefficient 0,25.
- f. $3(x + 2) = 3x + 6$: **affine non linéaire** ($a = 3$, $b = 6$).

3 Retrouver le coefficient ★★★

- a. $a = f(5)/5 = 35/5 = \mathbf{7}$, donc $f(x) = 7x$.
- b. $f(2) = 7 \times 2 = \mathbf{14}$; $f(10) = 7 \times 10 = \mathbf{70}$.
- c. On résout $7x = 63$, donc $x = 63 \div 7 = \mathbf{9}$. L'antécédent de 63 est 9.

4 Images et antécédent avec une fonction affine ★★★

- a. $g(0) = 2 \times 0 + 3 = \mathbf{3}$; $g(4) = 2 \times 4 + 3 = 8 + 3 = \mathbf{11}$; $g(-1) = 2 \times (-1) + 3 = -2 + 3 = \mathbf{1}$.
- b. On résout $2x + 3 = 15$: $2x = 12$, donc $x = \mathbf{6}$. Vérification : $g(6) = 12 + 3 = 15$. ✓

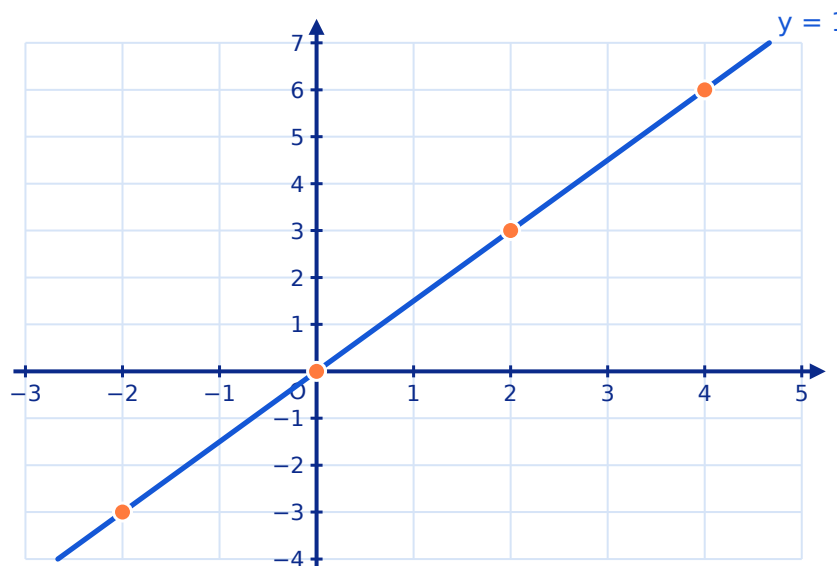
5 Pente et ordonnée à l'origine ★★★

- a. $a = -1$ et $b = 4$; $a < 0$ donc **décroissante**.

- b. $a = 0,5$ et $b = 0$ (la droite passe par l'origine) ; $a > 0$ donc **croissante**.
c. On réécrit $y = -2x + 3$: $a = -2$ et $b = 3$; $a < 0$ donc **décroissante**.

6 Tracer une droite linéaire ★★★

- a. $f(-2) = 1,5 \times (-2) = -3$; $f(0) = 0$; $f(2) = 3$; $f(4) = 6$.
b. On place les points $(-2 ; -3)$, $(0 ; 0)$, $(2 ; 3)$ et $(4 ; 6)$. Ils sont alignés ; on trace la droite qui passe par eux.



7 Le prix des pommes ★★★

- a. $P(x) = 2,4x$. C'est une fonction **linéaire** de coefficient 2,4 (le prix est proportionnel à la masse).
b. $P(3) = 2,4 \times 3 = 7,20$ € ; $P(4,5) = 2,4 \times 4,5 = 10,80$ €.
c. On résout $2,4x = 18$: $x = 18 \div 2,4 = 7,5$. **Avec 18 €, on achète 7,5 kg de pommes.**

8 Fonction linéaire et une image ★★★

- a. $a = 10/-4 = -2,5$. Donc $f(x) = -2,5x$. Vérification : $-2,5 \times (-4) = 10$. ✓
b. $f(6) = -2,5 \times 6 = -15$.

9 Une fonction affine avec f(0) ★★★

Comme $g(0) = -2$, l'ordonnée à l'origine est $b = -2$.

Le coefficient directeur : $a = 7 - (-2)/3 - 0 = 9/3 = 3$.

Donc $g(x) = 3x - 2$. Vérification : $g(3) = 9 - 2 = 7$. ✓

$g(5) = 3 \times 5 - 2 = 13$.

10 Deux images données ★★★

$$a = -3 - 5/6 - 2 = -8/4 = -2.$$

Donc $h(x) = -2x + b$. Comme $h(2) = 5$: $-2 \times 2 + b = 5$, donc $-4 + b = 5$, donc $b = 9$.

$h(x) = -2x + 9$. Vérification avec l'autre information : $h(6) = -12 + 9 = -3$. ✓

11 Droite passant par deux points ★★★

a. $a = 12 - 4/5 - 1 = 8/4 = 2$. Puis $4 = 2 \times 1 + b$, donc $b = 2$. La droite (AB) a pour équation **$y = 2x + 2$** . Contrôle avec B : $2 \times 5 + 2 = 12$. ✓

b. Pour C : $2 \times 10 + 2 = 22$, c'est l'ordonnée de C : **C est sur la droite**. Pour D : $2 \times (-3) + 2 = -4$, différent de -5 : **D n'est pas sur la droite**.

12 Lire une droite sur un graphique ★★★

a. La droite coupe l'axe vertical en 3 : **$b = 3$** .

b. Quand on avance de 2 vers la droite, on descend de 1. Le coefficient directeur est donc **$-1/2 = -0,5$** .

c. **$f(x) = -0,5x + 3$** .

d. Sur le graphique, l'image de 4 est 1 (point C). Le calcul le confirme : $-0,5 \times 4 + 3 = 1$. L'antécédent de 0 est **6** (point D) : $-0,5 \times 6 + 3 = 0$. ✓

13 Pourcentages et fonction linéaire ★★★

a. Augmenter de 15 % revient à multiplier par $1 + 15/100 = 1,15$. **$f(x) = 1,15x$** .

b. $f(80) = 1,15 \times 80 = 92$ € ; $f(46) = 1,15 \times 46 = 52,90$ €.

c. On cherche l'antécédent de 138 : $1,15x = 138$, donc $x = 138 \div 1,15 = 120$. **Le prix initial était de 120 €.**

d. Diminuer de 30 % revient à multiplier par $1 - 30/100 = 0,7$. **$g(x) = 0,7x$** , et $g(250) = 0,7 \times 250 = 175$ €.

14 Location de trottinette ★★★

a. **$P(t) = 0,25t + 1$** (fonction affine, $a = 0,25$ et $b = 1$).

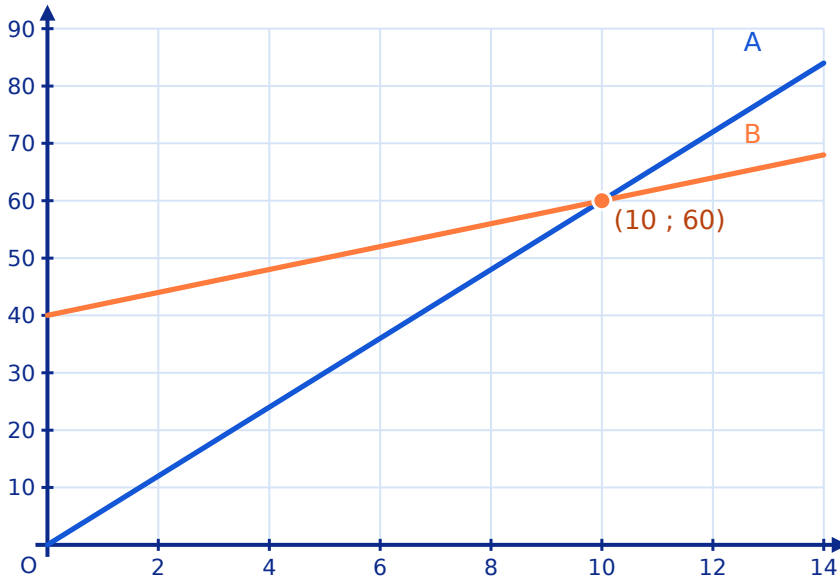
b. $P(12) = 0,25 \times 12 + 1 = 3 + 1 = 4$ €.

c. On résout $0,25t + 1 = 7,5$: $0,25t = 6,5$, donc $t = 6,5 \div 0,25 = 26$. **Le trajet a duré 26 minutes.**

d. **Non** : pour une durée de 0 minute, le prix est 1 € et non 0 €. Ce n'est pas une fonction linéaire, donc pas une situation de proportionnalité.

15 Piscine : deux tarifs ★★★

- a. $f_A(x) = 6x$ et $f_B(x) = 2x + 40$.
- b. On résout $6x = 2x + 40 : 4x = 40$, donc $x = 10$. Pour **10 entrées**, les deux tarifs valent 60 €.
- c. Pour 8 entrées : A coûte 48 € et B coûte $2 \times 8 + 40 = 56$ € : **tarif A**. Pour 15 entrées : A coûte 90 € et B coûte $2 \times 15 + 40 = 70$ € : **tarif B**.
- d. La droite A passe par (0 ; 0) et (10 ; 60). La droite B passe par (0 ; 40) et (10 ; 60). Elles se coupent au point (10 ; 60), ce qui retrouve le résultat de la question b.



16 Deux images, une fonction ★★★

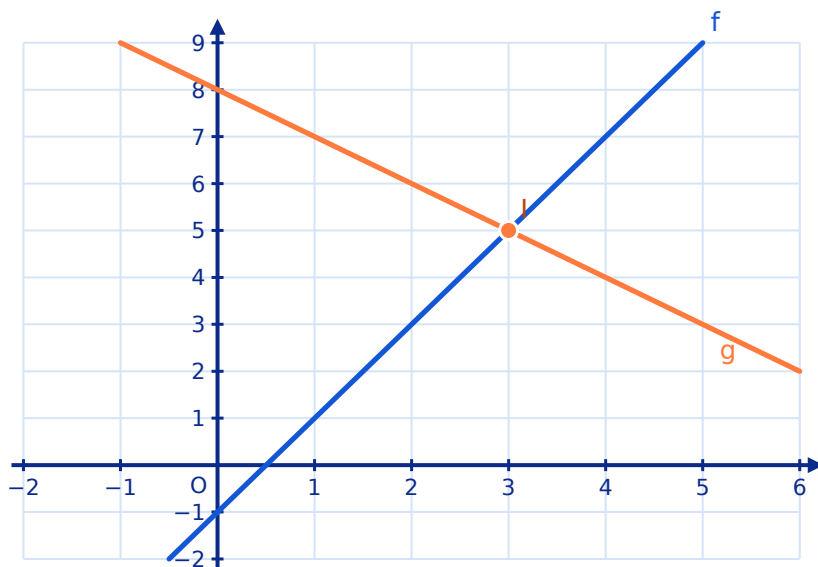
- a. $a = -1 - \frac{7}{3} - (-1) = -\frac{8}{3} = -2\frac{2}{3}$. Alors $f(x) = -2\frac{2}{3}x + b$ et $f(-1) = 7$ donne $-2\frac{2}{3} \times (-1) + b = 7$, soit $2\frac{2}{3} + b = 7$, donc $b = 5$. $f(x) = -2\frac{2}{3}x + 5$. Vérification : $f(3) = -6 + 5 = -1$. ✓
- b. $-2\frac{2}{3}x + 5 = 0$ donne $x = 2,5$: **l'antécédent de 0 est 2,5**. Et $f(100) = -200 + 5 = -195$.

17 Intersection de deux droites ★★★

Au point I, les deux fonctions ont la même image : $2x - 1 = -x + 8$, donc $3x = 9$, donc $x = 3$.

On calcule l'ordonnée : $f(3) = 2 \times 3 - 1 = 5$. Contrôle : $g(3) = -3 + 8 = 5$. ✓

Le point d'intersection est **I(3 ; 5)**.



18 Course de taxi ★★★

- $A(x) = 1,2x + 3,5$ et $B(x) = 1,4x + 2$.
- $A(8) = 1,2 \times 8 + 3,5 = 9,6 + 3,5 = \mathbf{13,10 \text{ €}}$.
- $1,2x + 3,5 = 21,5$ donne $1,2x = 18$, donc $x = 15$. **Elle a parcouru 15 km.**
- Alpha est moins cher quand $1,2x + 3,5 < 1,4x + 2$, soit $1,5 < 0,2x$, donc $x > 7,5$. À 7,5 km les deux prix sont égaux (12,50 €). **Alpha est moins cher au-delà de 7,5 km.**

19 Degrés Celsius et Fahrenheit ★★★

- $F(25) = 1,8 \times 25 + 32 = 45 + 32 = \mathbf{77 \text{ °F}}$; $F(100) = 180 + 32 = \mathbf{212 \text{ °F}}$.
- $1,8C + 32 = 50$ donne $1,8C = 18$, donc $C = \mathbf{10 \text{ °C}}$. $1,8C + 32 = 86$ donne $1,8C = 54$, donc $C = \mathbf{30 \text{ °C}}$.
- On cherche C tel que $1,8C + 32 = C$: $0,8C = -32$, donc $C = -40$. **Oui : $-40 \text{ °C} = -40 \text{ °F}$.**

20 Hausse puis baisse ★★★

- $f(x) = 1,2x$ et $g(x) = 0,8x$. Après la hausse : $f(50) = 60 \text{ €}$. Après la baisse : $g(60) = 0,8 \times 60 = \mathbf{48 \text{ €}}$.
- Non.** Globalement, on a multiplié par $1,2 \times 0,8 = 0,96$. Or $0,96 = 1 - \mathbf{4/100}$: c'est une **baisse de 4 %**. Contrôle : $50 \times 0,96 = 48$. ✓ Les pourcentages ne s'additionnent pas, car la baisse de 20 % s'applique à un prix plus élevé.

21 Vrai ou faux ? ★★★

- Vrai.** $b = f(0) = 2$; $a = \mathbf{5 - 2/1 - 0} = 3$; donc $f(x) = 3x + 2$ et $f(10) = 32$.
- Faux.** Elle est décroissante quand $a < 0$. Exemple : $x \mapsto -3x + 1$.
- Vrai.** $a = \mathbf{-6/3} = -2$, donc $f(x) = -2x$.

- d. **Faux.** Pour $x = 4$: $2 \times 4 + 1 = 9$ et non 10. Le point (4 ; 10) n'est pas sur la droite (le point (4 ; 9) l'est).

22 Un bassin qui se vide ★★★

- a. $V(t) = -15t + 900$ est une fonction **affine**, avec $a = -15$ et $b = 900$. L'ordonnée à l'origine 900 est le volume au départ (900 L). Le coefficient -15 signifie que le bassin perd 15 litres par minute (il est négatif car le volume diminue).
- b. $V(20) = 900 - 15 \times 20 = 900 - 300 = \mathbf{600 \text{ L}}$.
- c. On résout $900 - 15t = 0$: $15t = 900$, donc $t = 60$. **Le bassin est vide au bout de 60 minutes.**