

Fonctions polynômes du second degré

Exercices de maths - 1ère

26 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Reconnaître un trinôme ★★★

Parmi les fonctions suivantes, indique lesquelles sont des fonctions polynômes du second degré. Pour celles qui le sont, donne les valeurs de a , b et c après avoir développé si nécessaire.

- a. $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$
- b. $g(x) = (x - 1)(x + 4)$
- c. $h(x) = x^3 + x$
- d. $k(x) = (2x - 1)^2 - 4x^2$
- e. $m(x) = 7 - x^2$

2 Développer une forme factorisée ★★★

Écris sous forme développée, réduite et ordonnée :

- a. $f(x) = 2(x - 1)(x + 3)$
- b. $g(x) = -(x + 2)(x - 5)$
- c. $h(x) = 3(x - 4)^2$

3 Développer une forme canonique ★★★

Développe et réduis :

- a. $f(x) = 2(x - 3)^2 + 1$
- b. $g(x) = -(x + 1)^2 + 5$

4 Lire le sommet et les variations ★★★

Pour chaque fonction écrite sous forme canonique, donne les coordonnées du sommet de la parabole, le sens de variation et l'extremum (en précisant s'il s'agit d'un minimum ou d'un maximum).

- a. $f(x) = 3(x - 2)^2 - 5$

- b. $g(x) = -(x + 4)^2 + 7$
- c. $h(x) = -2(x + 1)^2 - 3$

5 Calculer des discriminants ★★★

Calcule le discriminant de chaque trinôme et indique le nombre de racines réelles.

- a. $x^2 - 6x + 5$
- b. $2x^2 + x + 3$
- c. $9x^2 - 12x + 4$
- d. $-x^2 + 2x + 3$
- e. $3x^2 - x - 2$

6 Résoudre trois équations ★★★

Résous dans $\mathbb{R}$:

- a. $x^2 - 6x + 5 = 0$
- b. $2x^2 - 7x + 3 = 0$
- c. $x^2 + 4x + 5 = 0$

7 Racines évidentes ★★★

Pour chaque trinôme, trouve une racine évidente sans calculer le discriminant, puis déduis-en l'autre racine avec le produit des racines.

- a. $x^2 - 7x + 6$
- b. $3x^2 + 5x + 2$

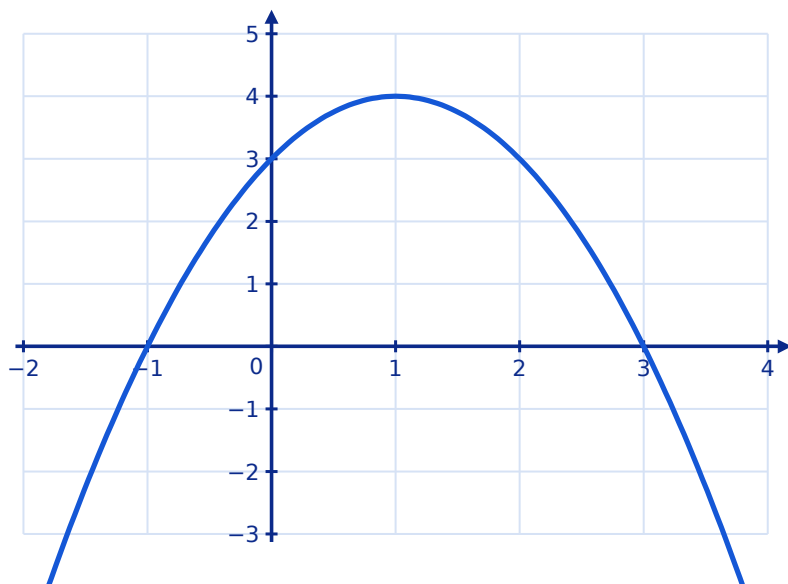
8 Vrai ou faux ? ★★★

Dis si chaque affirmation est vraie ou fausse, et justifie.

- a. Si $a > 0$, la fonction $x \mapsto ax^2 + bx + c$ admet un maximum.
- b. L'équation $x^2 + 1 = 0$ admet deux solutions réelles.
- c. Pour tout réel x , $2x^2 - 4x + 2 \geq 0$.
- d. Si $\Delta > 0$, les deux racines sont toujours de même signe.
- e. La parabole de $f(x) = -3(x + 2)^2 + 1$ a pour sommet $S(2 ; 1)$.
- f. Pour tout réel x , $x^2 - 6x + 10 > 0$.

9 Lecture graphique d'une parabole ★★★

On donne la courbe d'une fonction f polynôme du second degré, définie sur $[-2 ; 4]$.



- Lis les racines de f et les coordonnées du sommet de la parabole.
- Le coefficient a est-il positif ou négatif ? f admet-elle un maximum ou un minimum ?
- Résous graphiquement $f(x) > 0$, puis $f(x) \leq 0$.
- Résous graphiquement $f(x) = 3$.
- Écris la forme canonique de f , sachant que $|a| = 1$.

10 Forme canonique de quatre trinômes ★★★

Écris chaque trinôme sous forme canonique.

- $x^2 - 8x + 3$
- $2x^2 + 8x - 1$
- $-3x^2 + 6x + 4$
- $x^2 + 3x$

11 Résoudre quatre équations ★★★

Résous dans $\mathbb{R}$ (donne les solutions exactes) :

- $3x^2 - 2x - 1 = 0$
- $x^2 - 2x - 1 = 0$
- $4x^2 - 20x + 25 = 0$
- $-2x^2 + 3x - 5 = 0$

12 Factoriser des trinômes ★★★

Factorise, quand c'est possible :

- $2x^2 - x - 10$

- b. $x^2 - 10x + 25$
- c. $-3x^2 + 12x - 9$

13 Variations et extremum ★★★

Soit $f(x) = -2x^2 + 8x - 3$ définie sur $\mathbb{R}$.

- a. Écris f sous forme canonique.
- b. Dresse son tableau de variations sur $\mathbb{R}$.
- c. Détermine le maximum et le minimum de f sur l'intervalle $[0 ; 3]$ (précise où ils sont atteints).

14 Signe de trois trinômes ★★★

Dresse le tableau de signes de chaque trinôme.

- a. $x^2 - 2x - 3$
- b. $-x^2 + 4x - 4$
- c. $2x^2 + x + 1$

15 Résoudre des inéquations ★★★

Résous dans $\mathbb{R}$ et écris les solutions sous forme d'intervalles :

- a. $x^2 - 5x + 6 > 0$
- b. $-2x^2 + x + 1 \geq 0$
- c. $x^2 + 2x + 5 < 0$
- d. $3x^2 \geq 12$

16 Somme et produit : le rectangle ★★★

Un rectangle a un périmètre de 26 cm et une aire de 40 cm².

- a. Que valent la somme et le produit de sa longueur et de sa largeur ?
- b. Détermine ses dimensions.
- c. Existe-t-il un rectangle de périmètre 26 cm et d'aire 50 cm² ?

17 Retrouver une fonction ★★★

La parabole d'une fonction polynôme du second degré f coupe l'axe des abscisses en $A(-1 ; 0)$ et $B(2 ; 0)$, et l'axe des ordonnées en $C(0 ; 4)$.

- a. Écris $f(x)$ sous la forme $a(x - x_1)(x - x_2)$, puis détermine a .

- b. Développe $f(x)$.
- c. Calcule les coordonnées du sommet de la parabole.

18 Deux carrés sur un segment ★★★

Un segment $[AB]$ mesure 10 cm. Un point M est placé sur $[AB]$. On construit deux carrés, l'un de côté AM , l'autre de côté MB . On pose $x = AM$ (en cm), avec $0 \leq x \leq 10$.

- a. Montre que la somme $S(x)$ des aires des deux carrés est $S(x) = 2x^2 - 20x + 100$.
- b. Où placer M pour que cette somme soit la plus petite possible ? Quelle est alors sa valeur ?
- c. Pour quelles positions de M la somme des aires vaut-elle 68 cm^2 ?

19 Un paramètre dans l'équation ★★★

Soit m un réel et l'équation (E) : $x^2 + mx + 9 = 0$.

- a. Calcule le discriminant en fonction de m .
- b. Pour quelles valeurs de m l'équation (E) a-t-elle une unique solution ? Donne-la.
- c. Pour quelles valeurs de m (E) n'a-t-elle aucune solution ? deux solutions ?
- d. Résous (E) pour $m = 10$.

20 Équations bicarrées ★★★

Résous dans $\mathbb{R}$ en posant $X = x^2$:

- a. $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$
- b. $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$
- c. $x^4 + x^2 + 1 = 0$

21 Parabole et droite ★★★

Dans un repère, on considère la parabole (P) d'équation $y = x^2 - 2x - 3$ et la droite (d) d'équation $y = x + 1$.

- a. Détermine par le calcul les coordonnées des points d'intersection de (P) et (d).
- b. Étudie la position relative de (P) et (d) selon les valeurs de x .
- c. La droite (d') d'équation $y = -4$ est-elle sécante à (P), tangente ou extérieure ? Et la droite d'équation $y = -5$?

22 L'enclos de 60 mètres ★★★

Un éleveur dispose de 60 m de grillage pour construire un enclos rectangulaire adossé à

un mur (le grillage n'est nécessaire que sur trois côtés). On note x la longueur, en mètres, de chacun des deux côtés perpendiculaires au mur.

- Exprime la longueur du côté parallèle au mur, puis donne l'intervalle de variation de x .
- Montre que l'aire est $A(x) = -2x^2 + 60x$.
- Quelles dimensions donnent l'aire maximale ? Quelle est cette aire ?
- Pour quelles valeurs de x l'aire est-elle égale à 400 m^2 ?

23 Le lancer de balle ★★★

Une balle est lancée vers le haut depuis une hauteur de $1,5 \text{ m}$. Sa hauteur (en mètres) à l'instant t (en secondes) est $h(t) = -5t^2 + 20t + 1,5$, pour $t \geq 0$ jusqu'à l'arrivée au sol. Calculatrice autorisée pour les valeurs approchées.

- À quel instant la balle atteint-elle sa hauteur maximale, et quelle est cette hauteur ?
- À quel instant touche-t-elle le sol ? Arrondis au centième de seconde.
- Pendant combien de temps la balle reste-t-elle à plus de $16,5 \text{ m}$ de hauteur ?

24 Le bénéfice d'une entreprise ★★★

Une entreprise fabrique et vend x centaines d'objets ($0 \leq x \leq 14$). Son bénéfice, en milliers d'euros, est $B(x) = -2x^2 + 28x - 66$.

- Montre que $B(x) = -2(x - 3)(x - 11)$.
- Pour quelles quantités l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice positif ?
- Quel nombre d'objets rend le bénéfice maximal ? Quel est ce bénéfice ?
- Pour quelles quantités le bénéfice dépasse-t-il $20\,000 \text{ €}$? (valeurs approchées à 10^{-2} près)

25 Démontrer des inégalités ★★★

- Montre que, pour tout réel x , $x^2 - x + 1 > 0$.
- En déduire que, pour tout réel x , $x^2 + 1 > x$.
- Montre que, pour tout réel $x > 0$, $x + \frac{1}{x} \geq 2$. (Indication : réduis $x + \frac{1}{x} - 2$ au même dénominateur.)

26 Combien de solutions selon k ? ★★★

Soit $f(x) = x^2 - 4x + 1$. Pour chaque réel k , on note (E_k) l'équation $f(x) = k$.

- Détermine le minimum de f .
- Montre que (E_k) est équivalente à $x^2 - 4x + (1 - k) = 0$ et exprime son

discriminant en fonction de k .

- c. Discute, selon la valeur de k , le nombre de solutions de (E_k) . Interprète graphiquement.
- d. Résous (E_k) pour $k = 6$.