

Fonctions trigonométriques

Contrôle de maths - Terminale

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Valeurs exactes / 3 pts

Sans calculatrice, donne la valeur exacte de : $\cos 7\pi/6$; $\sin(-3\pi/4)$; $\cos 13\pi/3$; $\sin 11\pi/6$.

2 Limite, parité et période / 3 pts

Réponds en justifiant :

- Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 5x/2x$.
- Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x + \cos x/x + 1$.
- Soit $f(x) = \sin x \cos x$. Montre que f est impaire, puis que π est une période de f .

3 Équations et inéquation / 4 pts

Résous dans $[0 ; 2\pi]$:

- $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$
- $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$
- $\sin x > -1/2$

4 Étude d'une fonction / 5 pts

Soit $f(x) = 2 \sin x - \sin 2x$ définie sur $\mathbb{R}$.

- Montre que f est impaire et 2π -périodique. Que peut-on en conclure pour l'intervalle d'étude ?
- Montre que $f(x) = -2(2\cos x + 1)(\cos x - 1)$.
- Dresse le tableau de variations de f sur $[0 ; \pi]$ (on donnera $f(2\pi/3)$ en valeur exacte).
- Donne l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0.

5 Un ressort / 3 pts

Un ressort oscille verticalement. Son allongement (en m) à l'instant t (en s) est $x(t) = 0,05 \cos(4\pi t)$.

- Donne l'amplitude et la période du mouvement.
- Calcule la vitesse $v(t) = x'(t)$.
- À quel premier instant $t > 0$ le ressort passe-t-il par sa position d'équilibre ($x(t) = 0$) ?

6 Une démonstration / 2 pts

Pour tout réel x :

- Montre que $(\cos x + \sin x)^2 = 1 + \sin 2x$.
- En déduire que $-\sqrt{2} \leq \cos x + \sin x \leq \sqrt{2}$.