

Fonctions trigonométriques

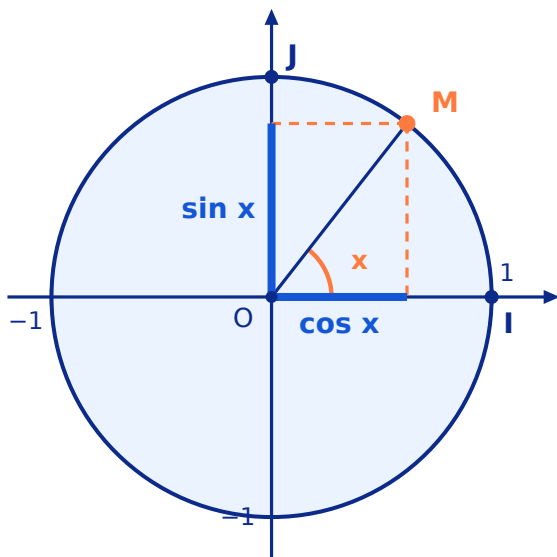
Cours de maths - Terminale

Le mouvement d'un ressort, la hauteur de la marée, le son d'une note de musique, le courant de ta prise électrique : tous ces phénomènes **se répètent** à intervalles réguliers. Les mathématiciens les modélisent avec deux fonctions, le **cosinus** et le **sinus**. En Première, tu les as définis avec le cercle trigonométrique. En Terminale, tu les traites enfin comme de vraies fonctions : tu les **dérives**, tu calcules des **limites**, tu **étudies** des fonctions construites avec elles et tu résous des **équations et inéquations**. Ce chapitre rassemble tous ces outils.

1. Rappels : radian, cercle trigonométrique, formules

Définition : radian et cercle trigonométrique

Le **radian** est l'unité d'angle telle que $180^\circ = \pi \text{ rad}$. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; I, J)$. Le **cercle trigonométrique** est le cercle de centre O et de rayon 1, orienté dans le sens direct (contraire des aiguilles d'une montre). À tout réel x correspond un unique point $M(x)$ du cercle, obtenu en « enroulant » la droite réelle ; ses coordonnées sont **$(\cos x ; \sin x)$** .

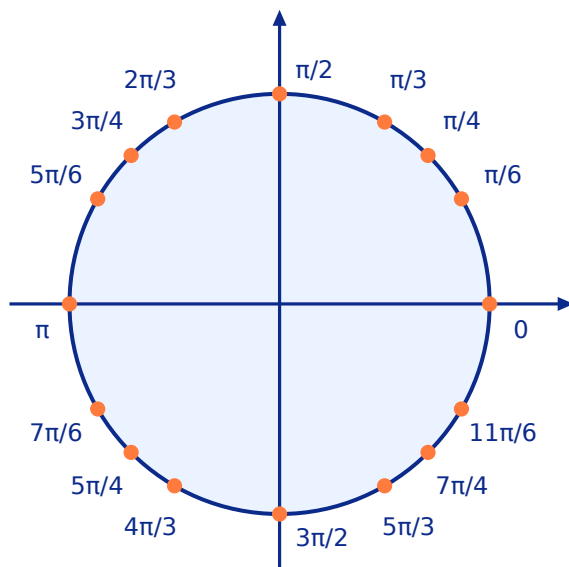


Propriétés à connaître

- Pour tout réel x : $-1 \leq \cos x \leq 1$, $-1 \leq \sin x \leq 1$ et **$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$** .
- Pour tout entier relatif k : $\cos(x + 2k\pi) = \cos x$ et $\sin(x + 2k\pi) = \sin x$.
- Conversion : $\alpha \text{ degrés} = \alpha \times \pi/180 \text{ radians}$.

Valeurs remarquables, à savoir retrouver rapidement avec le cercle :

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π
$\cos x$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	-1
$\sin x$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	0



Angles associés

Angle	cosinus	sinus
$-x$	$\cos x$	$-\sin x$
$\pi - x$	$-\cos x$	$\sin x$
$\pi + x$	$-\cos x$	$-\sin x$
$\pi/2 - x$	$\sin x$	$\cos x$
$\pi/2 + x$	$-\sin x$	$\cos x$

Formules d'addition et de duplication (programme de Première)

- $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$; $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.
- $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$; $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$; $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$.

Piège : le mode de la calculatrice

Dès qu'un angle est donné en radians (avec π , ou sans unité), la calculatrice doit être en mode **RAD**. En mode DEG, $\sin(\pi)$ ne vaut pas 0 mais environ 0,055. Et sur une courbe, l'axe des abscisses est gradué en **radians**.

2. Les fonctions cosinus et sinus : parité, périodicité

Définition

La fonction **cosinus** est la fonction $x \mapsto \cos x$, la fonction **sinus** est $x \mapsto \sin x$. Toutes deux sont définies sur $\mathbb{R}$ et prennent leurs valeurs dans $[-1 ; 1]$.

Définition : parité et périodicité

- Une fonction f définie sur un ensemble D **symétrique par rapport à 0** est **paire** si $f(-x) = f(x)$ pour tout x de D (courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées), **impaire** si $f(-x) = -f(x)$ (courbe symétrique par rapport à l'origine).
- Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est **périodique de période T** (avec $T > 0$) si $f(x + T) = f(x)$ pour tout réel x . Sa courbe est invariante par la translation de vecteur $T \mathbf{i}$.

Propriété : parité et périodicité de cos et sin

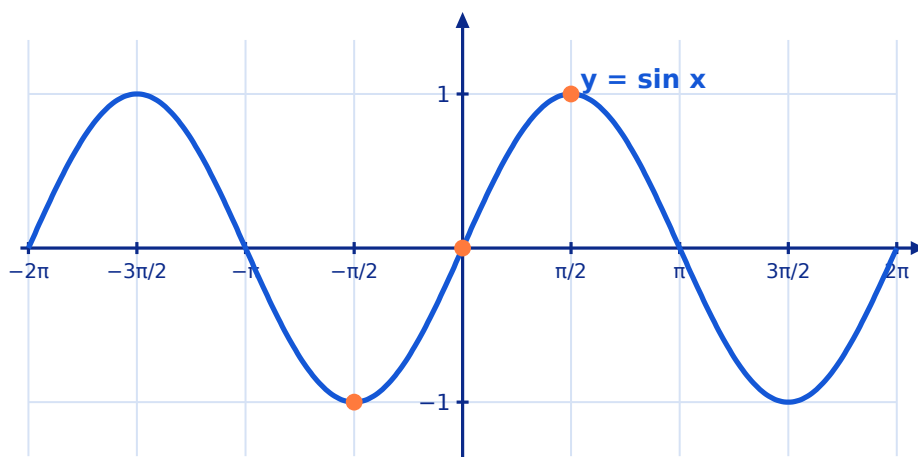
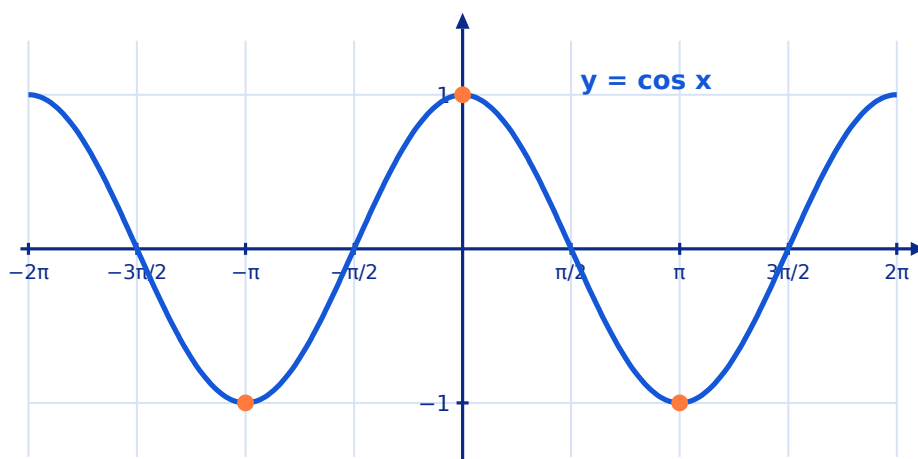
- $\cos$ est **paire** : $\cos(-x) = \cos x$. $\sin$ est **impaire** : $\sin(-x) = -\sin x$.
- $\cos$ et $\sin$ sont **périodiques de période 2π** : $\cos(x + 2\pi) = \cos x$ et $\sin(x + 2\pi) = \sin x$.

Démonstration. Les points $M(x)$ et $M(-x)$ sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses : ils ont la même abscisse et des ordonnées opposées. D'où $\cos(-x) = \cos x$ et $\sin(-x) = -\sin x$. Enfin $M(x + 2\pi) = M(x)$ car un tour complet ramène au même point. ■

Méthode : réduire l'intervalle d'étude

Pour étudier une fonction paire (ou impaire) et périodique de période 2π , on l'étudie sur $[0 ; \pi]$, puis on obtient $[-\pi ; \pi]$ par symétrie (axe des ordonnées ou origine) et $\mathbb{R}$ entier par translations de vecteur $2\pi \mathbf{i}$, $4\pi \mathbf{i}$, etc. Cela divise par quatre le travail.

Voici les courbes de cosinus et de sinus sur l'intervalle $[-2\pi ; 2\pi]$:



Elles sont décalées l'une de l'autre : $\sin x = \cos(x - \pi/2)$, donc la courbe du sinus s'obtient en translatant celle du cosinus de $\pi/2$ vers la droite.

Cas particuliers à retenir (k entier relatif)

- $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \pi/2 + k\pi$; $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$.
- $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2k\pi$; $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + 2k\pi$.
- $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \pi/2 + 2k\pi$; $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\pi/2 + 2k\pi$.

Exemple : parité et période d'une fonction composée

- Soit $f(x) = x \cos x$. Pour tout réel x , $f(-x) = (-x) \cos(-x) = -x \cos x = -f(x)$: f est **impaire**.
- Soit $g(x) = \sin 2x$. Alors $g(x + \pi) = \sin(2x + 2\pi) = \sin 2x = g(x)$: g est périodique de période π (et même de plus petite période π).
- Plus généralement, $x \mapsto \cos(\omega x + \varphi)$ et $x \mapsto \sin(\omega x + \varphi)$, avec $\omega > 0$, sont périodiques de période $2\pi/\omega$.

Piège

Une fonction peut n'être **ni paire ni impaire**. Par exemple $h(x) = \cos x + \sin x$: $h(0) =$

1 donc h n'est pas impaire, et $h(\pi/2) = 1 \neq h(-\pi/2) = -1$, donc h n'est pas paire. Pour le prouver, un seul contre-exemple suffit.

3. Limites de référence

Théorème : limite en 0

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x/x = 1 \text{ et } \lim_{x \rightarrow 0} \cos x - 1/x = 0.$$

Démonstration. Soit x dans $]0 ; \pi/2[$. Sur le cercle trigonométrique, l'aire du triangle OIM est $\frac{1}{2} \sin x$, celle du secteur d'angle x est $\frac{1}{2} x$, celle du triangle OIT (T étant le point de la tangente en I tel que (OT) passe par M) est $\frac{1}{2} \tan x$. Ces aires sont rangées dans cet ordre, donc $\sin x \leq x \leq \tan x$. En divisant par $\sin x > 0$: $1 \leq x/\sin x \leq 1/\cos x$, soit $\cos x \leq \sin x/x \leq 1$. Quand x tend vers 0, $\cos x$ tend vers 1 : d'après le **théorème des gendarmes**, $\sin x/x$ tend vers 1. Comme $\sin(-x)/-x = \sin x/x$ (fonction paire), le résultat est le même pour $x < 0$.

Pour la seconde limite, on utilise $\cos x - 1 = -2 \sin^2(x/2)$ (formule de duplication). En posant $y = x/2$ (qui tend vers 0 avec x), on obtient $\cos x - 1/x = -2 \sin^2 y/2y = -\sin y \times \sin y/y$. Le premier facteur tend vers 0, le second vers 1 : le produit tend vers 0. ■

Méthode : se ramener à la limite de référence

Pour calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(ax)/x$ (avec $a \neq 0$), on écrit $\sin(ax)/x = a \times \sin(ax)/ax$ et on pose $u = ax$, qui tend vers 0. On obtient $a \times 1 = a$.

Exemple

$\lim_{x \rightarrow 0} \sin 3x/5x = 3/5 \times \lim \sin 3x/3x = 3/5 \times 1 = 3/5$. De même $\lim_{x \rightarrow 0} 1 - \cos x/x^2 = 1/2$ car, avec $y = x/2$, $1 - \cos x = 2 \sin^2 y$ et $x^2 = 4y^2$, donc $1 - \cos x/x^2 = 2 \sin^2 y/4y^2 = 1/2 \times (\sin y/y)^2$, qui tend vers $1/2 \times 1^2 = 1/2$.

Limites à l'infini

Les fonctions $\cos$ et $\sin$ n'ont **pas de limite** en $+\infty$ ni en $-\infty$: elles oscillent indéfiniment entre -1 et 1 . Mais, pour tout réel $x \neq 0$, comme $|\sin x| \leq 1$, on a $-1/|x| \leq \sin x/x \leq 1/|x|$. Le théorème des gendarmes donne donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin x/x = 0$, et de même pour $\cos x/x$.

Pourquoi $\sin$ n'a pas de limite en $+\infty$? La suite $(x_n) = (2n\pi)$ tend vers $+\infty$ et $\sin(2n\pi) = 0$, alors que la suite $(2n\pi + \pi/2)$ tend aussi vers $+\infty$ avec $\sin(2n\pi + \pi/2) = 1$. Les deux

images ne tendent pas vers la même valeur : il n'y a pas de limite.

Piège

On ne peut **pas** écrire « $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin x = \infty$ » ni « $= 0$ » : la fonction sinus n'a pas de limite. En revanche, **sin x/x** (le dénominateur tend vers l'infini) a bien pour limite 0.

4. Dérivées de cosinus et de sinus

Théorème

Les fonctions cosinus et sinus sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x : **$\cos'(x) = -\sin x$** et **$\sin'(x) = \cos x$** .

Démonstration. Soit a un réel et $h \neq 0$. D'après les formules d'addition, **$\sin(a+h) - \sin a/h = \sin a \times \cos h/h - 1/h + \cos a \times \sin h/h$** . Quand h tend vers 0, **$\cos h/h - 1/h$** tend vers 0 et **$\sin h/h$** tend vers 1 : le taux d'accroissement tend vers $\cos a$. Donc $\sin'(a) = \cos a$. De même **$\cos(a+h) - \cos a/h = \cos a \times \cos h/h - \sin a \times \sin h/h$** , qui tend vers $-\sin a$.

Dérivée d'une composée avec une fonction affine, puis avec une fonction quelconque

- Si a et b sont deux réels : $(\cos(ax + b))' = -a \sin(ax + b)$ et $(\sin(ax + b))' = a \cos(ax + b)$.
- Plus généralement, si u est dérivable : $(\cos u)' = -u' \sin u$ et $(\sin u)' = u' \cos u$.

Méthode : dériver

On reconnaît la forme (somme, produit, quotient, composée), puis on applique les formules usuelles : $(uv)' = u'v + uv'$; $(u/v)' = (u'v - uv')/v^2$; $(u^n)' = n u' u^{n-1}$.

Exemples résolus

- $f(x) = x \sin x$: produit de $u = x$ et $v = \sin x$. $f'(x) = 1 \times \sin x + x \cos x = \sin x + x \cos x$.
- $g(x) = \cos(3x - \pi/4)$: $g'(x) = -3 \sin(3x - \pi/4)$.
- $h(x) = \sin^2 x$: c'est u^2 avec $u = \sin x$, donc $h'(x) = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$.
- $k(x) = 1/2 + \cos x$: c'est $1/v$ avec $v = 2 + \cos x$ et $v' = -\sin x$, donc $k'(x) = -v'/v^2 = \sin x/(2 + \cos x)^2$.

Équation de la tangente

La tangente à la courbe de sin au point d'abscisse $\pi/3$ a pour équation $y = \sin'(\pi/3)(x - \pi/3) + \sin \pi/3 = 1/2(x - \pi/3) + \sqrt{3}/2$.

Une propriété à remarquer

Dériver deux fois ramène au signe près à la fonction de départ : $\cos'' = -\cos$ et $\sin'' = -\sin$. Ces fonctions vérifient donc $y'' + y = 0$. C'est la signature des mouvements oscillants (ressort, pendule), que tu retrouveras en physique !

5. Étudier une fonction trigonométrique

Méthode : étude complète

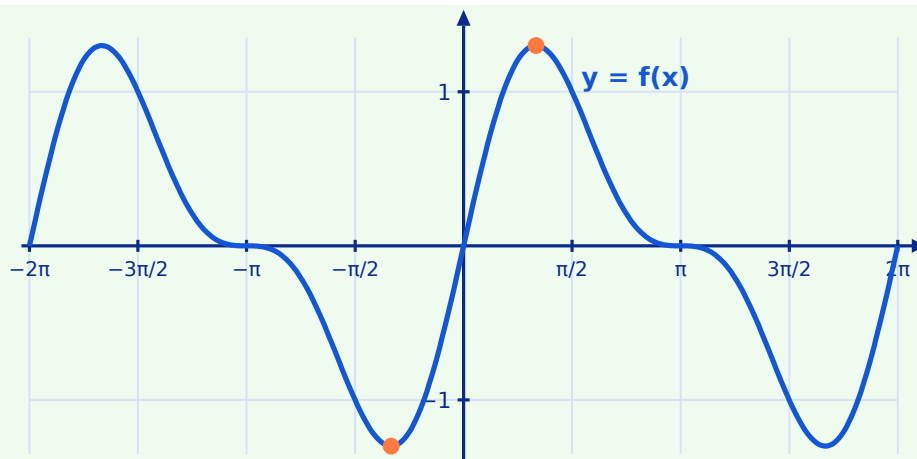
1. **Domaine** de définition.
2. **Parité et périodicité** : on en déduit un intervalle d'étude réduit (souvent $[0 ; \pi]$).
3. **Dérivée** f' : on la **factorise** (formules de duplication, ou changement de variable $X = \cos x$).
4. **Signe** de f' sur l'intervalle d'étude, à l'aide du cercle ou de la courbe de cos / sin.
5. **Tableau de variations**, avec les valeurs aux bornes et aux points où f' s'annule.
6. **Courbe**, complétée par symétrie et translations.

Exemple résolu : $f(x) = \sin x + 1/2 \sin 2x$

1. **Domaine** : $\mathbb{R}$. **Parité** : $f(-x) = -\sin x - 1/2 \sin 2x = -f(x)$: f est impaire.
Période : $f(x + 2\pi) = f(x)$. On étudie f sur $[0 ; \pi]$.
2. **Dérivée** : $f'(x) = \cos x + \cos 2x = \cos x + 2\cos^2 x - 1 = (2\cos x - 1)(\cos x + 1)$.
3. **Signe** : $\cos x + 1 \geq 0$ pour tout x , et il ne s'annule qu'en π sur $[0 ; \pi]$. Et $2\cos x - 1 > 0 \Leftrightarrow \cos x > 1/2 \Leftrightarrow x \in [0 ; \pi/3[$ sur $[0 ; \pi]$. Donc f' est positive sur $[0 ; \pi/3]$ et négative sur $[\pi/3 ; \pi]$.
4. **Valeurs** : $f(0) = 0$; $f(\pi/3) = \sqrt{3}/2 + 1/2 \times \sqrt{3}/2 = 3\sqrt{3}/4 \approx 1,30$; $f(\pi) = 0 + 1/2 \sin 2\pi = 0$.

x	0	$\pi/3$	π
signe de $f'(x)$	+	0 -	0
variations de f	0 ↗	$3\sqrt{3}/4$ ↘	0

On trace la courbe sur $[0 ; \pi]$, puis on complète par symétrie par rapport à O (fonction impaire) et par translations de vecteur 2π :



Piège

Quand on factorise f , ne pas oublier qu'il faut **étudier le signe de chaque facteur** séparément sur l'intervalle d'étude, puis conclure avec un tableau de signes. Un facteur du type $\cos x + 1$ est toujours positif ou nul : il ne change jamais le signe.

6. Équations trigonométriques

Propriété : équations de base ($k \in \mathbb{Z}$)

- $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = -\alpha + 2k\pi$.
- $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = \pi - \alpha + 2k\pi$.
- Si $|a| > 1$, les équations $\cos x = a$ et $\sin x = a$ n'ont **aucune solution**.

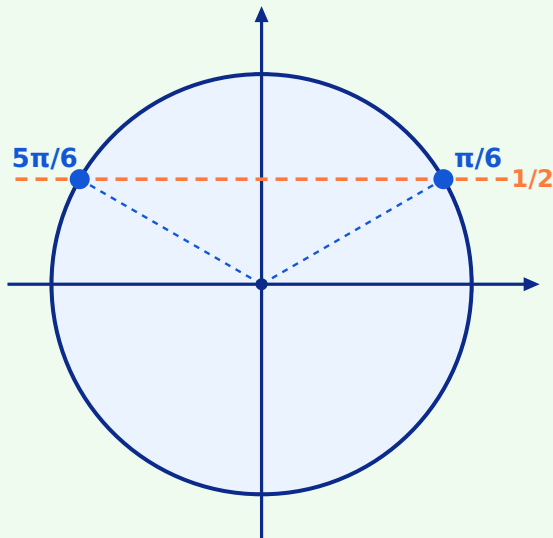
Pourquoi ? Résoudre $\cos x = \cos \alpha$, c'est chercher les points du cercle ayant la même abscisse que $M(\alpha)$: ce sont $M(\alpha)$ et son symétrique $M(-\alpha)$ par rapport à l'axe des abscisses. Pour le sinus, on cherche les points de même ordonnée : $M(\alpha)$ et $M(\pi - \alpha)$. On ajoute ensuite tous les tours complets $2k\pi$.

Méthode

1. Isole $\cos(\dots)$ ou $\sin(\dots)$ pour obtenir une équation de base.
2. Repère un angle α tel que $\cos \alpha$ (ou $\sin \alpha$) soit égal à la valeur obtenue (valeur remarquable).
3. Écris les deux familles de solutions, puis **résous l'équation obtenue en x** (ou en l'expression intérieure).
4. Si l'énoncé donne un intervalle, fais varier k pour ne garder que les solutions de cet intervalle.

Exemple 1 : $\sin x = 1/2$

$\sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$. Dans $[0 ; 2\pi[: S = \{\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6}\}$.



Exemple 2 : $\cos 2x = -\sqrt{2}/2$

On sait que $\cos \frac{3\pi}{4} = -\sqrt{2}/2$. Donc $2x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ ou $2x = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi$, c'est-à-dire $x = \frac{3\pi}{8} + k\pi$ ou $x = -\frac{3\pi}{8} + k\pi$. Dans $[0 ; \pi]$: $x = \frac{3\pi}{8}$ (avec $k = 0$ dans la première famille) ou $x = -\frac{3\pi}{8} + \pi = \frac{5\pi}{8}$. $S = \{\frac{3\pi}{8} ; \frac{5\pi}{8}\}$. Remarque : en divisant par 2, la période devient π (et non 2π).

Exemple 3 : équation du second degré en $\cos x$

Réolvons $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$ dans $[-\pi ; \pi]$. On pose $X = \cos x$: $2X^2 - 3X + 1 = 0$, de discriminant $9 - 8 = 1$, donc $X = \frac{3 - 1}{2} = \frac{1}{2}$ ou $X = \frac{3 + 1}{2} = 1$. Alors $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3}$; $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = 0$. $S = \{-\frac{\pi}{3} ; 0 ; \frac{\pi}{3}\}$.

Exemple 4 : $\sin(x + \frac{\pi}{3}) = \sin x$

Deux cas. **(1)** $x + \frac{\pi}{3} = x + 2k\pi$: impossible, car $\frac{\pi}{3}$ n'est pas un multiple de 2π . **(2)** $x + \frac{\pi}{3} = \pi - x + 2k\pi \Leftrightarrow 2x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. Donc $S = \{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Piège

Ne t'arrête jamais à la première solution donnée par la calculatrice : il y en a presque toujours **deux par tour**. Quand l'angle est multiplié ($\cos 2x$, $\sin 3x$), c'est **après** avoir écrit les deux familles qu'on divise, **y compris le terme $2k\pi$** .

7. Inéquations trigonométriques

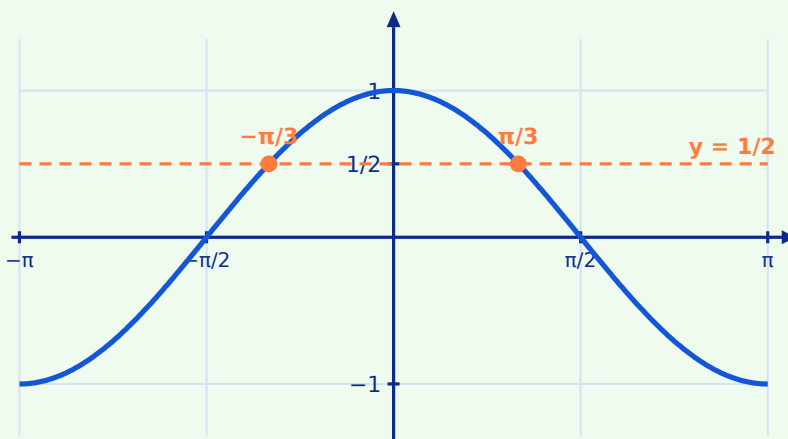
Pour résoudre $\cos x \geq a$ ou $\sin x < a$, on lit la réponse sur le **cercle** (quel arc est à droite de la verticale $X = a$, ou au-dessus de l'horizontale $Y = a$) ou sur la **courbe** (là où elle est au-dessus ou en dessous de la droite $y = a$).

Méthode

1. Résous l'équation associée dans l'intervalle demandé : ses solutions sont les bornes.
2. Repère, sur le cercle ou sur la courbe, quel côté vérifie l'inégalité (teste une valeur si besoin).
3. Écris l'ensemble solution avec des intervalles, en précisant si les bornes sont incluses (inégalité large) ou non (inégalité stricte).

Exemple 1 : $\cos x \geq 1/2$ sur $[-\pi ; \pi]$

$\cos x = 1/2 \Leftrightarrow x = \pm\pi/3$ dans cet intervalle. La courbe du cosinus est au-dessus de la droite $y = 1/2$ autour de 0. Donc $S = [-\pi/3 ; \pi/3]$.



Exemple 2 : $\sin x > \sqrt{2}/2$ sur $[0 ; 2\pi]$

$\sin x = \sqrt{2}/2 \Leftrightarrow x = \pi/4$ ou $x = 3\pi/4$. Entre ces deux valeurs, le sinus est au-dessus de $\sqrt{2}/2$ (il atteint 1 en $\pi/2$). Inégalité stricte : $S =]\pi/4 ; 3\pi/4[$.

Exemple 3 : avec un second degré, $2\sin^2 x - \sin x - 1 > 0$ sur $[0 ; 2\pi]$

Avec $X = \sin x$: $2X^2 - X - 1 = 2(X - 1)(X + 1/2)$, de racines 1 et $-1/2$. Cette expression est positive si $X < -1/2$ ou $X > 1$. Or $\sin x > 1$ est impossible. Il reste $\sin x < -1/2$, c'est-à-dire x entre $7\pi/6$ et $11\pi/6$: $S =]7\pi/6 ; 11\pi/6[$.

Piège

Une inéquation ne se résout pas « comme une équation » : trouver les deux bornes ne suffit pas, il faut décider de **quel arc** (entre les deux points, ou à l'extérieur) vérifie l'inégalité. Et le résultat dépend de l'intervalle : sur $\mathbb{R}$, on obtient des familles d'intervalles qui se répètent tous les 2π .

8. Fonctions sinusoïdales et modélisation

Définition

Une fonction **sinusoïdale** est une fonction de la forme $f(t) = A \cos(\omega t + \varphi) + C$ (ou avec $\sin$), avec $A \neq 0$ et $\omega > 0$. On appelle **amplitude** $|A|$, **pulsation** ω , **période** $T = 2\pi/\omega$ et **phase** φ .

Propriétés

- La fonction f oscille entre $C - |A|$ et $C + |A|$: son **minimum** est $C - |A|$ et son **maximum** est $C + |A|$.
- Sa dérivée est $f'(t) = -A \omega \sin(\omega t + \varphi)$: la « vitesse » maximale vaut $|A| \omega$.
- Elle est périodique de période **$2\pi/\omega$** : on étudie sur une seule période.

Exemple : la hauteur d'une nacelle

Une grande roue de rayon 10 m, dont le centre est à 12 m du sol, fait un tour en 40 s. La hauteur de la nacelle (en m) est $h(t) = 12 - 10 \cos(\pi t/20)$, avec t en secondes (à $t = 0$, la nacelle est au point le plus bas). Période : $2\pi \div \pi/20 = 40$ s. Minimum : $12 - 10 = 2$ m ; maximum : 22 m. Vitesse verticale : $h'(t) = \pi/2 \sin(\pi t/20)$, qui vaut $\pi/2 \approx 1,57$ m/s au maximum, quand $t = 10$ s.

À retenir

- $\cos x$ et $\sin x$ sont les coordonnées de $M(x)$ sur le cercle trigonométrique ; $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$; $-1 \leq \cos x, \sin x \leq 1$.
- $\cos$ est **paire**, $\sin$ est **impaire**, toutes deux sont **2π -périodiques**. On étudie sur $[0 ; \pi]$.
- $\cos' = -\sin$ et $\sin' = \cos$. $(\cos(ax + b))' = -a \sin(ax + b)$; $(\sin(ax + b))' = a \cos(ax + b)$; $(\cos u)' = -u' \sin u$; $(\sin u)' = u' \cos u$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x/x = 1$; $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x - 1/x = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin x/x = 0$; $\cos$ et $\sin$ n'ont pas de limite en $+\infty$.
- Étude de fonction : domaine, parité/périodicité, dérivée factorisée, signe, tableau, courbe.
- $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + 2k\pi$; $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = \pi - \alpha + 2k\pi$.
- Inéquations : on résout l'équation associée, puis on lit l'arc ou la courbe qui convient.

- Une fonction $A \cos(\omega t + \varphi) + C$ a pour période $2\pi/\omega$, pour amplitude $|A|$, et oscille entre $C - |A|$ et $C + |A|$.