

Fonctions trigonométriques

Exercices de maths - Terminale

23 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Degrés et radians ★★★

Complète en justifiant :

- a. Convertis en radians : 48° ; 110° .
- b. Convertis en degrés : $7\pi/10$ rad ; $5\pi/12$ rad.
- c. Quel est l'angle, en radians, d'un quart de tour ? d'un huitième de tour ?

2 Valeurs exactes ★★★

Sans calculatrice, donne la valeur exacte de :

- a. $\cos 5\pi/6$
- b. $\sin(-\pi/3)$
- c. $\cos 7\pi/4$
- d. $\sin 9\pi/2$
- e. $\cos(-\pi)$
- f. $\cos 25\pi/3$

3 Parité ★★★

Étudie la parité de chaque fonction (définie sur $\mathbb{R}$, ou sur $\mathbb{R}^*$ pour la deuxième) :

- a. $f(x) = x^3 \cos x$
- b. $g(x) = \sin x/x$
- c. $h(x) = \cos x + \sin x$
- d. $k(x) = \sin x \cos x$

4 Périodes ★★★

Détermine une période de chaque fonction :

- a. $f(x) = \cos 3x$
- b. $g(x) = \sin(x/2)$

c. $h(x) = \cos(\pi x)$

d. $k(x) = 3 \sin(2x - 1) + 4$

5 Premières dérivées ★★★

Calcule la dérivée de chaque fonction sur $\mathbb{R}$:

a. $f(x) = 3\cos x - 2\sin x$

b. $g(x) = x^2 + \sin x$

c. $h(x) = 5\sin x - x$

d. $k(x) = \cos x + 4x$

6 Équations de base ★★★

Résous dans $[0 ; 2\pi[$:

a. $\sin x = \sqrt{3}/2$

b. $\cos x = -1/2$

c. $\sin x = -1$

d. $\cos x = 2$

7 Encadrements et extrema ★★★

Pour tout réel x , $-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$. Déduis-en un encadrement de :

a. $3\cos x + 2$

b. $1 - 2\sin x$

c. $\cos^2 x - 3$

Pour chaque fonction, donne un réel x où le maximum est atteint et un réel x où le minimum est atteint.

8 Limites en 0 ★★★

En utilisant $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x/x = 1$, calcule :

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 3x/x$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x/2x$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 4x/3x$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} x/\sin x$

9 Dérivées composées ★★★

Dérive sur $\mathbb{R}$:

- a. $f(x) = \sin(2x + 1)$
- b. $g(x) = \cos(x^2)$
- c. $h(x) = \sin x \cos x$
- d. $k(x) = \mathbf{1/2 + \sin x}$
- e. $l(x) = \cos^3 x$
- f. $m(x) = x^2 \cos x$

10 Limites en 0 et en l'infini ★★★

Calcule, en justifiant :

- a. $\lim_{x \rightarrow 0} \mathbf{1 - \cos x/x^2}$
- b. $\lim_{x \rightarrow 0} \mathbf{\tan x/x}$
- c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \mathbf{x + \sin x/x}$
- d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \mathbf{\cos x/x^2 + 1}$

11 Doubler l'angle ★★★

Résous dans $[0 ; 2\pi[$: $\cos 2x = \mathbf{1/2}$.

12 Un angle décalé ★★★

Résous dans $] -\pi ; \pi]$: $\sin(x - \mathbf{\pi/4}) = \sqrt{2}/2$.

13 Un second degré en sinus ★★★

Résous dans $[0 ; 2\pi[$: $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$.

14 Trois inéquations ★★★

Résous :

- a. $\sin x \geq \mathbf{1/2}$ dans $[0 ; 2\pi]$
- b. $\cos x < \mathbf{\sqrt{3}/2}$ dans $] -\pi ; \pi]$
- c. $2\cos x + 1 \geq 0$ dans $[0 ; 2\pi]$

15 Étude de $\cos x + x/2$ ★★★

Soit $f(x) = \cos x + \mathbf{x/2}$ sur $[0 ; \pi]$.

- Calcule $f(x)$ et résous $f(x) = 0$.
- Étudie le signe de f et dresse le tableau de variations de f .
- Combien l'équation $f(x) = 1/2$ a-t-elle de solutions dans $[0 ; \pi]$? Justifie.

16 Tangentes ★★★

Détermine une équation de la tangente à la courbe :

- de la fonction sinus au point d'abscisse 0 ;
- de la fonction cosinus au point d'abscisse $\pi/6$;
- de la fonction cosinus au point d'abscisse $\pi/2$.

17 Étude de $\cos 2x + 2\cos x$ ★★★

Soit $f(x) = \cos 2x + 2\cos x$ sur $\mathbb{R}$.

- Montre que f est paire et 2π -périodique. Sur quel intervalle suffit-il de l'étudier ?
- Montre que $f(x) = -2 \sin x (2\cos x + 1)$.
- Dresse le tableau de variations de f sur $[0 ; \pi]$.
- Résous $f(x) = 0$ sur $[0 ; \pi]$ (valeur exacte du cosinus de la solution).

18 Une identité et une dérivée ★★★

Pour tout réel x , on pose $f(x) = \sin^4 x - \cos^4 x$.

- Factorise $f(x)$ à l'aide de $a^2 - b^2$ et montre que $f(x) = -\cos 2x$.
- Calcule $f'(x)$ directement à partir de l'expression de départ, puis simplifie.
- Vérifie que le résultat est cohérent avec la dérivée de $-\cos 2x$.

19 Étude de $[\sin x/2 + \cos x]$ ★★★

Soit $g(x) = \sin x/2 + \cos x$ sur $\mathbb{R}$.

- Justifie que g est définie sur $\mathbb{R}$, impaire et 2π -périodique.
- Montre que $g'(x) = 2\cos x + 1/(2 + \cos x)^2$.
- Dresse le tableau de variations de g sur $[0 ; \pi]$.
- En déduire que, pour tout réel x , $|g(x)| \leq \sqrt{3}/3$.

20 Limites par encadrement ★★★

Calcule :

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin(1/x)$

- b. $\lim_{x \rightarrow 0} \tan 2x / \sin 3x$
- c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cos x / x^2 + 1$
- d. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x / x^2 + x$

21 Combiner cosinus et sinus ★★★

Résous dans $[0 ; 2\pi[: \sqrt{3} \cos x + \sin x = 1$.

Indication : développe $\cos(x - \pi/6)$.

22 La grande roue ★★★

Une grande roue de rayon 15 m a son centre à 17 m du sol. Elle fait un tour en 60 s. La hauteur de la nacelle (en m) à l'instant t (en s, avec $0 \leq t \leq 60$) est $h(t) = 17 - 15 \cos(\pi t / 30)$. À $t = 0$, la nacelle est en bas.

- a. Vérifie que h est 60-périodique, puis calcule $h(0)$, $h(10)$, $h(15)$ et $h(30)$.
- b. Donne le minimum et le maximum de h .
- c. À quels instants la hauteur vaut-elle 24,5 m ? Pendant combien de temps la nacelle est-elle à plus de 24,5 m ?
- d. Calcule $h'(t)$. Quelle est la vitesse verticale maximale (en m/s, arrondie au centième) et à quels instants est-elle atteinte ?

23 La marée ★★★

Dans un port, la hauteur d'eau (en m) à l'heure t après minuit est modélisée par $h(t) = 5 + 2 \cos(\pi/6(t - 2))$, pour $0 \leq t < 24$. Un bateau ne peut quitter le port que si la hauteur d'eau est d'au moins 6 m.

- a. Quelle est la période de la marée ? Quelles sont les hauteurs minimale et maximale ?
- b. À quelle heure la mer est-elle haute ? basse ?
- c. Détermine les créneaux horaires où le bateau peut sortir.
- d. Calcule $h'(t)$. À quelle vitesse maximale (en m/h, arrondie au centième) le niveau varie-t-il ?