

Fractions et pourcentages

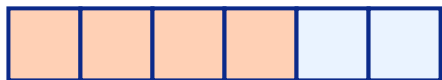
Cours de maths – 6ème

Une pizza partagée, une recette, une réduction en magasin : les **fractions** et les **pourcentages** sont partout. Dans ce chapitre, tu apprends à lire une fraction, à la placer sur une droite, à la comparer, à calculer avec elle, puis à comprendre ce que veut dire « 25 % de réduction ».

1. Une fraction, c'est un partage

Fraction d'une unité Quand on partage une unité en **b parts égales** et que l'on en prend **a parts**, on obtient la fraction **a/b**. Le nombre du bas, le **dénominateur** b, dit en combien de parts égales on a partagé. Le nombre du haut, le **numérateur** a, dit combien de parts on prend.

Ici, le rectangle est partagé en 6 parts égales et 4 sont colorées : la partie colorée représente **4/6** du rectangle.



Les parts doivent être **égales** : sinon on ne peut pas parler de sixièmes.

Noms à connaître Dénominateur 2 : demi ; 3 : tiers ; 4 : quart ; 5 : cinquième ; 6 : sixième ; 10 : dixième ; 100 : centième. Ainsi **3/4** se lit « trois quarts » et **7/10** « sept dixièmes ».

Exemple Un jardinier plante des tulipes sur **2/5** de son massif. Le massif est partagé en 5 parts égales et 2 sont occupées par des tulipes. Les 3 autres parts représentent **3/5** du massif, car **2/5 + 3/5 = 5/5 = 1**.

Piège classique Une fraction ne se lit pas comme deux nombres séparés ! **3/4** n'est pas « 3 et 4 » : c'est **3 fois un quart**. Et un seul quart s'écrit **1/4**.

2. Une fraction, c'est aussi un quotient

Quotient Pour deux nombres a et b (avec b différent de 0), la fraction **a/b** est le **quotient de a par b** : **a/b = a ÷ b**. C'est le nombre qui, multiplié par b, redonne a : **a/b × b = a**.

Exemples **7/2 = 7 ÷ 2 = 3,5**. **3/4 = 3 ÷ 4 = 0,75**. **9/3 = 3**. Et **5/1 = 5** : tout nombre

Fiche en ligne : maths-facile.eu/fractions-et-pourcentages-cours-6eme/ · Cours, exercices et contrôles corrigés sur

entier est une fraction de dénominateur 1.

Pourquoi est-ce logique ? Partager 3 tartes entre 4 amis, c'est donner à chacun $\frac{3}{4}$ de tarte. Mais c'est aussi faire $3 \div 4 = 0,75$: chacun reçoit les trois quarts d'une tarte.

Valeur exacte ou valeur approchée ? $\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0,3333\dots$: les chiffres 3 ne s'arrêtent jamais. On ne peut pas écrire $\frac{1}{3}$ exactement avec une virgule. « 0,33 » n'est qu'une **valeur approchée** ($0,33 \times 3 = 0,99$ et non 1). La fraction $\frac{1}{3}$ est la seule écriture exacte.

3. Placer une fraction sur une demi-droite graduée

Lire ou placer une fraction 1) On regarde en combien de parts égales l'unité est partagée : c'est le dénominateur. 2) On compte les graduations depuis l'origine 0 : le numérateur donne le nombre de graduations à parcourir. 3) Quand le numérateur dépasse le dénominateur, on a dépassé 1.

Ici, chaque unité est partagée en 4. Le point A est à 3 graduations de l'origine, B à 5 et C à 9.

(Voir la droite graduée sur la page en ligne.)

A = $\frac{3}{4}$ (avant 1) ; B = $\frac{5}{4}$ (après 1) ; C = $\frac{9}{4}$ (après 2).

Décomposer une fraction Une fraction dont le numérateur est plus grand que le dénominateur se décompose en un entier plus une fraction inférieure à 1. Par exemple $\frac{9}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4}$: on est passé deux fois par 1 et on a avancé d'un quart de plus.

Comment décomposer ? On cherche combien de fois le dénominateur « rentre » dans le numérateur. $\frac{17}{5}$: $17 = 3 \times 5 + 2$, donc $\frac{17}{5} = 3 + \frac{2}{5}$. Le quotient 3 est la partie entière, le reste 2 est le nouveau numérateur.

Astuce Pour transformer $3 + \frac{2}{5}$ en une seule fraction, fais l'inverse : $3 = \frac{15}{5}$, donc $3 + \frac{2}{5} = \frac{17}{5}$.

4. Prendre une fraction d'une quantité

Fraction d'une quantité Prendre $\frac{a}{b}$ d'une quantité Q, c'est multiplier cette quantité par $\frac{a}{b}$: $\frac{a}{b}$ de Q = $\frac{a}{b} \times Q = (Q \div b) \times a$.

Méthode en deux temps 1) On divise la quantité par le dénominateur : on obtient la valeur d'une part. 2) On multiplie par le numérateur : on obtient la valeur de la fraction.

Exemple Un sac contient 48 billes et **$\frac{3}{8}$** d'entre elles sont rouges. Une part vaut $48 \div 8 = 6$ billes. Trois parts : $3 \times 6 = 18$. Il y a donc **18 billes rouges**. Les autres billes sont au nombre de $48 - 18 = 30$.

Des fractions à connaître de tête La moitié : $\div 2$. Le quart : $\div 4$. Le dixième : $\div 10$. Le tiers : $\div 3$. Les trois quarts : on prend le quart puis on le multiplie par 3.

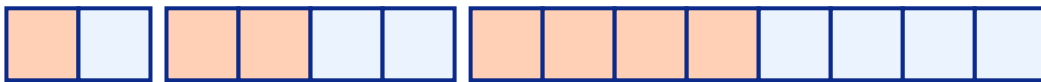
Avec le temps Trois quarts d'heure : $60 \div 4 = 15$ puis $3 \times 15 = 45$, donc 45 minutes. Deux tiers d'heure : $60 \div 3 = 20$ puis $2 \times 20 = 40$ minutes.

5. Fractions égales et simplification

Quotients égaux On ne change pas la valeur d'une fraction quand on **multiplie** son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul, ni quand on les **divise** par un même nombre non nul.

Exemples On multiplie par 5 : $2 \times 5 = 10$ et $3 \times 5 = 15$, donc **$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$** . On divise par 6 : $18 \div 6 = 3$ et $24 \div 6 = 4$, donc **$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$** .

Les dessins le montrent bien : la moitié d'une barre, c'est aussi deux quarts, ou quatre huitièmes.



$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$: la partie colorée a toujours la même taille.

Simplifier une fraction Simplifier, c'est diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre, le plus grand possible, pour obtenir une fraction plus petite. **$\frac{30}{45}$** : on divise par 5 pour obtenir **$\frac{6}{9}$** , puis par 3 pour obtenir **$\frac{2}{3}$** . On pouvait aussi diviser directement par 15.

Attention On multiplie (ou on divise) le haut **et** le bas par le **même** nombre. Ajouter le même nombre en haut et en bas change la valeur : **$\frac{2}{3}$** n'est pas égal à **$\frac{4}{5}$** .

6. Comparer des fractions

Règles de comparaison Si deux fractions ont le **même dénominateur**, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur : **$\frac{7}{9}$** est plus grand que **$\frac{5}{9}$** . Une fraction est **inférieure à 1** si son numérateur est plus petit que son dénominateur, **égale à 1** s'ils sont égaux, **supérieure à 1** sinon.

Comparer deux fractions de dénominateurs différents 1) On regarde si l'une est inférieure à 1 et l'autre supérieure à 1. 2) Sinon, on les écrit avec le même

dénominateur grâce aux fractions égales, puis on compare les numérateurs.

Exemple Comparons $\frac{3}{5}$ et $\frac{7}{10}$. On écrit $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$. Comme $6 < 7$, on a $\frac{6}{10} < \frac{7}{10}$, donc $\frac{3}{5} < \frac{7}{10}$. Et pour $\frac{9}{8}$ et $\frac{7}{9}$? La première est supérieure à 1, la seconde est inférieure à 1 : $\frac{9}{8} > \frac{7}{9}$.

Mathbot te conseille « Pour ranger plusieurs fractions, cherche un dénominateur commun : c'est comme découper plusieurs barres de chocolat en parts de même taille ! »

7. Additionner et soustraire des fractions de même dénominateur

Règle Quand les dénominateurs sont les mêmes, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on **garde le dénominateur**. $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$ et $\frac{9}{5} - \frac{4}{5} = \frac{5}{5} = 1$.

Cela se comprend bien : 3 septièmes plus 2 septièmes, cela fait 5 septièmes, comme 3 pommes plus 2 pommes font 5 pommes.

Erreur à éviter Le dénominateur ne s'additionne pas ! $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ et non $\frac{2}{8}$. Deux quarts, ce n'est pas deux huitièmes.

Avec un entier Pour calculer $2 - \frac{3}{4}$, on écrit $2 = \frac{8}{4}$. Alors $2 - \frac{3}{4} = \frac{8}{4} - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$. De même $1 - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.

8. Les pourcentages

Pourcentage Un pourcentage est une fraction de dénominateur 100. « 35 % » se lit « 35 pour cent » et veut dire $\frac{35}{100}$. Le symbole % remplace « sur 100 ».

Quelques pourcentages à connaître $100\% = \text{le tout } (1) \cdot 50\% = \frac{1}{2} = 0,5 \cdot 25\% = \frac{1}{4} = 0,25 \cdot 75\% = \frac{3}{4} = 0,75 \cdot 10\% = \frac{1}{10} = 0,1 \cdot 1\% = \frac{1}{100} = 0,01$.

Pourcentage	Fraction	Fraction simplifiée	Nombre décimal
20 %	$\frac{20}{100}$	$\frac{1}{5}$	0,2
40 %	$\frac{40}{100}$	$\frac{2}{5}$	0,4
5 %	$\frac{5}{100}$	$\frac{1}{20}$	0,05

Calculer un pourcentage d'une quantité Prendre 25 % d'une quantité, c'est prendre $\frac{25}{100}$ de cette quantité. On utilise les repères : 50 % = la moitié ; 25 % = le quart ; 10 % = diviser par 10 ; 1 % = diviser par 100.

Exemple : 20 % de 150 € = deux fois 10 % de 150 € = $2 \times 15 = 30$ €.

Exprimer une proportion en pourcentage On cherche la fraction égale de dénominateur 100. Dans un groupe de 20 élèves dont 7 jouent aux échecs : $\frac{7}{20} = \frac{35}{100}$ (on multiplie par 5), soit **35 %**. Avec un tableau de proportionnalité :

Élèves qui jouent aux échecs	7	35
Nombre total d'élèves	20	100

Un exemple complet Un jeu vidéo coûte 40 € et le vendeur propose 30 % de remise. 10 % de 40 € = 4 €, donc 30 % = $3 \times 4 = 12$ €. Le nouveau prix est $40 - 12 = 28$ €.

Jamais plus de 100 % Pour une partie d'un groupe, le pourcentage ne peut pas dépasser 100 % : 100 % veut dire « tout le groupe ». Si tu trouves 130 %, il y a une erreur.

À retenir

- **a/b** : le dénominateur b dit en combien de parts égales on partage, le numérateur a dit combien on en prend.
- **a/b** = $a \div b$: une fraction est un quotient ; **1/3** n'a pas d'écriture décimale exacte.
- Une fraction plus grande que 1 se décompose : **17/5** = $3 + \frac{2}{5}$.
- Prendre **a/b** d'une quantité : on divise par b puis on multiplie par a.
- On ne change pas une fraction en multipliant ou divisant le haut et le bas par le même nombre.
- Pour comparer, on met au même dénominateur (ou on compare à 1) ; pour additionner, on garde le dénominateur et on additionne les numérateurs.
- Un pourcentage est une fraction de dénominateur 100 : 50 % = **1/2**, 25 % = **1/4**, 10 % = **1/10**.