

Généralités sur les fonctions et fonctions de référence

Exercices de maths - 2de

23 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Calculer des images ★★★

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 5$.

- Calcule $f(2)$, $f(-1)$, $f(0)$ et $f(\frac{1}{3})$.
- Quel est l'antécédent de 7 par f ?
- Quel est l'antécédent de 0 par f ?

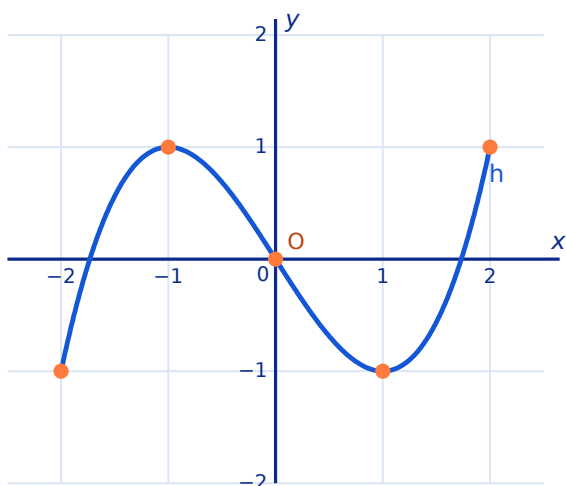
2 Des carrés plus un ★★★

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 + 1$.

- Calcule $g(3)$, $g(-3)$, $g(0)$ et $g(\frac{1}{2})$.
- Donne deux antécédents de 10.
- Le nombre 0 a-t-il un antécédent ? Justifie.
- Quels sont les antécédents de 5 ?

3 Lire sur une courbe ★★★

La courbe ci-dessous représente une fonction h définie sur $[-2 ; 2]$.



- a. Donne les images de 0, 1, -1 et 2.
- b. Donne les antécédents de 1.
- c. Donne les antécédents de 0 (valeurs approchées au dixième près pour les non entiers).
- d. Combien d'antécédents a le nombre 0,5 ? Et le nombre 3 ?

4 Ensembles de définition ★★★

Détermine l'ensemble de définition de chaque fonction.

- a. $f(x) = \frac{1}{x-2}$
- b. $g(x) = \sqrt{x+3}$
- c. $h(x) = 5x - 1$
- d. $k(x) = \frac{1}{x^2+1}$
- e. $m(x) = \sqrt{6-2x}$
- f. $n(x) = \frac{7}{2x+8}$

5 Le rectangle de périmètre 20 cm ★★★

Un rectangle a un périmètre de 20 cm. On note x sa largeur en cm. On définit la fonction A qui, à x , associe l'aire du rectangle en cm^2 .

- a. Montre que sa longueur vaut $10 - x$, puis que $A(x) = x(10 - x)$.
- b. Quel est l'ensemble de définition de A dans ce problème ?
- c. Calcule $A(3)$ et $A(5)$. Que représente $A(5)$?
- d. Montre que 4 et 6 sont des antécédents de 24.

6 Le point est-il sur la courbe ? ★★★

Soit $f(x) = x^2 - 3x + 1$ et C_f sa courbe. Les points suivants appartiennent-ils à C_f ? Justifie.

A(2 ; -1) B(-1 ; 4) C(0 ; 1) D(3 ; 2) E(4 ; 5)

7 Retrouver une fonction affine ★★★

- a. La fonction affine f vérifie $f(0) = 2$ et $f(1) = 5$. Détermine $f(x)$.
- b. La droite d passe par A(1 ; 4) et B(3 ; -2). Détermine l'expression de la fonction affine g dont d est la courbe.
- c. La fonction linéaire k vérifie $k(4) = 10$. Détermine $k(x)$.

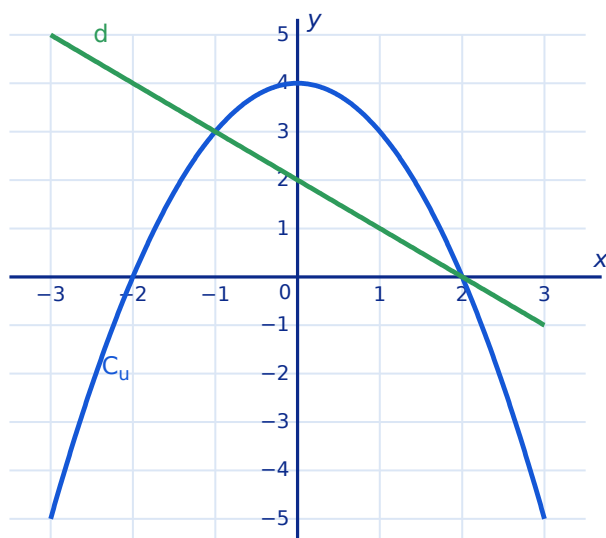
8 Tableau de valeurs et courbe ★★★

Soit $f(x) = x^2 - 2$ définie sur $[-3 ; 3]$.

- Dresse un tableau de valeurs pour $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$.
- Trace la courbe de f dans un repère (1 cm par unité).
- Quel axe de symétrie semble avoir la courbe ? Quels sont les antécédents de 2 ?

9 Équations et inéquations graphiques ★★★

On a tracé la courbe C_u de la fonction u définie sur $[-3 ; 3]$ par $u(x) = -x^2 + 4$, et la droite d d'équation $y = -x + 2$.



Résous graphiquement :

- $u(x) = 0$
- $u(x) \geq 3$
- $u(x) < 0$
- $u(x) = -x + 2$
- $u(x) \leq -x + 2$

10 La fonction inverse ★★★

Résous dans $\mathbb{R}^*$ chacune des conditions suivantes en t'appuyant sur la courbe de la fonction inverse (hyperbole) et sur le sens de variation.

- $1/x = 0,25$
- $1/x = -2$
- $1/x \geq 1/2$
- $1/x < -1$

11 La racine carrée ★★★

- a. Résous $\sqrt{x} = 5$.
- b. Quel est l'ensemble de définition de $f(x) = \sqrt{(2x - 1)}$?
- c. Résous $\sqrt{(2x - 1)} = 3$.
- d. Résous $\sqrt{x} > 2$ sur $[0 ; +\infty[$.
- e. Résous $\sqrt{x} \leq 3$ sur $[0 ; +\infty[$.

12 Paire, impaire ou ni l'une ni l'autre ? ★★★

Étudie la parité de chaque fonction (ensemble de définition indiqué).

- a. $f(x) = x^4 - 3x^2$ sur $\mathbb{R}$
- b. $g(x) = 2x^3 + x$ sur $\mathbb{R}$
- c. $h(x) = x^2 + x$ sur $\mathbb{R}$
- d. $k(x) = \frac{4}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$
- e. $m(x) = \sqrt{x}$ sur $[0 ; +\infty[$
- f. $p(x) = 5$ sur $\mathbb{R}$

13 Compléter par symétrie ★★★

Une fonction f est définie sur $[-3 ; 3]$ et on connaît ses valeurs sur $[0 ; 3]$:

x	0	1	2	3
f(x)	1	3	-1	2

- a. On suppose f **paire**. Donne $f(-1)$, $f(-2)$, $f(-3)$.
- b. Peut-on supposer que f est impaire ? Justifie.
- c. Une fonction g , impaire sur $[-3 ; 3]$, vérifie $g(1) = 2$, $g(2) = -3$, $g(3) = 1$. Donne $g(0)$, $g(-1)$, $g(-2)$, $g(-3)$.

14 Comparer sans calculatrice ★★★

Compare les nombres suivants en justifiant avec le sens de variation d'une fonction de référence.

- a. $(-3)^2$ et $(-2)^2$
- b. $1,5^3$ et $1,2^3$
- c. $\frac{1}{-4}$ et $\frac{1}{-2}$
- d. $\sqrt{7}$ et $\sqrt{5}$
- e. $(-0,3)^2$ et $(-0,5)^2$

15 Variations et signe de fonctions affines ★★★

Soient $f(x) = -2x + 6$ et $g(x) = 0,5x - 1$.

- Donne le sens de variation de f et de g .
- Résous $f(x) = 0$ puis dresse le tableau de signes de f .
- Résous $g(x) = 0$ puis dresse le tableau de signes de g .
- Résous $f(x) > g(x)$.

16 Vrai ou faux ? ★★★

Pour chaque affirmation, dis si elle est vraie ou fausse et justifie.

- Un nombre de l'ensemble de définition a toujours au plus une image.
- Tout nombre réel a au moins un antécédent par la fonction carré.
- La fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}^*$.
- Pour tout réel x , $\sqrt{x^2} = x$.
- La courbe de la fonction cube est symétrique par rapport à l'origine.

17 Deux tarifs de location ★★★

Une agence propose deux tarifs pour louer une trottinette électrique, selon la distance d parcourue en km. Tarif A : 15 € d'abonnement puis 0,40 € par km. Tarif B : 0,65 € par km, sans abonnement. On note $f(d)$ le prix avec le tarif A et $g(d)$ le prix avec le tarif B.

- Exprime $f(d)$ et $g(d)$. Quelle est la nature de ces fonctions ?
- Calcule $f(40)$ et $g(40)$. Quel tarif est le plus avantageux pour 40 km ?
- Résous $f(d) = g(d)$. Interprète.
- À partir de quelle distance le tarif A est-il avantageux ?

18 Parabole et droite ★★★

Soient $f(x) = x^2$ et $g(x) = x + 6$, définies sur $\mathbb{R}$.

- Trace dans un même repère les courbes de f et de g pour x entre -3 et $3,5$.
- Conjecture les solutions de $f(x) = g(x)$, puis démontre-les par le calcul (vérifie que les valeurs trouvées conviennent).
- Résous graphiquement $f(x) < g(x)$, puis $f(x) \geq g(x)$.

19 Racine carrée et droite $y = x$ ★★★

On compare la fonction racine carrée $f(x) = \sqrt{x}$ et la fonction $g(x) = x$, définies sur $[0 ; +\infty[$.

- Trace leurs courbes pour x entre 0 et 4 et conjecture les solutions de $\sqrt{x} = x$.
- Démontre que $\sqrt{x} = x \Leftrightarrow x = x^2$ pour $x \geq 0$ et résous.
- Résous graphiquement $\sqrt{x} > x$, puis $\sqrt{x} < x$. Vérifie avec $x = 0,25$ et $x = 4$.

20 Inverse contre identité ★★★

Soient $f(x) = \frac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$ et $g(x) = x$ sur $\mathbb{R}^*$.

- Montre que $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 = 1$. Résous.
- Résous graphiquement $f(x) > g(x)$ à l'aide d'un graphique.
- Teste ta réponse avec $x = -2$, $x = -0,5$, $x = 0,5$ et $x = 3$.

21 Démontrer une parité ★★★

Étudie la parité de chacune des fonctions suivantes en rédigeant avec soin (ensemble de définition, calcul de $f(-x)$, conclusion).

- $f(x) = x^3/x^2 + 1$
- $g(x) = x^2 - 1/x^2 + 4$
- $h(x) = x + \frac{1}{x}$
- $k(x) = x^2 + \frac{1}{x}$

22 L'enclos le plus grand ★★★

Pour son poulailler, Inès dispose de 40 m de grillage. Elle veut un enclos rectangulaire adossé à un mur : le mur remplace un des grands côtés, et le grillage entoure les trois autres côtés. On note x la longueur (en m) de chacun des deux petits côtés, perpendiculaires au mur.

- Exprime la longueur du côté parallèle au mur en fonction de x . Quel est l'ensemble de définition de l'aire $A(x)$?
- Montre que $A(x) = x(40 - 2x)$.
- Calcule $A(5)$, $A(10)$, $A(15)$, $A(0)$ et $A(20)$.
- Résous $A(x) = 150$. Que remarques-tu sur les solutions ?
- À l'aide d'un tableau de valeurs et d'une courbe, conjecture la valeur de x qui rend l'aire maximale.

23 Ranger x , x^2 et x^3 ★★★

Pour $x \geq 0$, on veut comparer les nombres x , x^2 et x^3 .

- Calcule ces trois nombres pour $x = 0,5$ puis pour $x = 2$. Que remarques-tu sur leur ordre ?
- Démontre que $x^3 = x^2 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$, et que $x^2 = x \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 1$.

c. Dédus-en, à l'aide des courbes, comment sont rangés x , x^2 et x^3 selon que $0 < x < 1$ ou $x > 1$.