

Géométrie plane et espace

Corrigé du contrôle - 2de

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Projeté orthogonal et hauteur / 4 pts

- (1 pt) $BC^2 = 841$ et $AB^2 + AC^2 = 400 + 441 = 841$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en A.
- (1 pt) Aire = $\frac{1}{2} \times 20 \times 21 = 210 \text{ cm}^2$.
- (1 pt) Aire = $\frac{1}{2} \times BC \times AH$ donc $AH = \frac{420}{29} \approx 14,48 \text{ cm}$.
- (1 pt) ABH est rectangle en H : $BH^2 = AB^2 - AH^2 = 400 - (420/29)^2$ donc $BH = \frac{400}{29} \approx 13,79 \text{ cm}$ (on retrouve $BH = AB^2/BC$).

2 Médiatrice / 3 pts

- (2 pts) Soit I le milieu de [PQ] : $IP = 8 \text{ cm}$ et $MI = 6 \text{ cm}$ (I est le projeté de M sur (PQ)). MIP est rectangle en I : $MP^2 = 36 + 64 = 100$ donc $MP = 10 \text{ cm}$. Comme M est sur la médiatrice, $MQ = MP = 10 \text{ cm}$: le cercle de centre M et de rayon 10 cm passe par P et Q.
- (1 pt) $NI^2 = NP^2 - IP^2 = 289 - 64 = 225$, donc $NI = 15 \text{ cm}$.

3 Trigonométrie / 3 pts

- (1 pt) Les angles aigus sont complémentaires : $\angle B = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$.
- (1 pt) BC est le côté opposé à A et [AB] l'hypoténuse : $BC = 12 \times \sin 34^\circ \approx 6,7 \text{ cm}$.
- (1 pt) AC est adjacent à A : $AC = 12 \times \cos 34^\circ \approx 9,9 \text{ cm}$.

4 Cylindre et cône / 4 pts

- (2 pts) Cylindre : $\pi \times 4^2 \times 9 = 144\pi \text{ cm}^3$. Cône : $\frac{1}{3} \times \pi \times 16 \times 9 = 48\pi \text{ cm}^3$.
- (1 pt) $\frac{48}{144} = \frac{1}{3}$.
- (1 pt) $144\pi - 48\pi = 96\pi \approx 301,6 \text{ cm}^3$.

5 Pyramide coupée / 3 pts

- (1,5 pt) $k = \frac{8}{20} = 0,4$. L'aire de la section est $250 \times k^2 = 250 \times 0,16 = 40 \text{ cm}^2$.
- (1,5 pt) Grande : $\frac{1}{3} \times 250 \times 20 = \frac{5000}{3} \approx 1\,667 \text{ cm}^3$. Petite : $k^3 \times \frac{5000}{3} =$

$$0,064 \times \frac{5000}{3} = \frac{320}{3} \approx 107 \text{ cm}^3 \text{ (on retrouve } \frac{1}{3} \times 40 \times 8 = \frac{320}{3}\text{)}.$$

6 Cube et plan (ACGE) / 3 pts

- a. (1 pt) ABC est rectangle en B : $AC^2 = 100 + 100 = 200$ donc $AC = 10\sqrt{2} \approx 14,1 \text{ cm}$.
- b. (2 pts) (AE) et (CG) sont parallèles et de même longueur 10 : ACGE est un parallélogramme ; (CG) est orthogonale au plan (ABC), donc à (AC) : il a un angle droit, c'est un **rectangle** de côtés $10\sqrt{2}$ et 10. Aire = $10\sqrt{2} \times 10 = 100\sqrt{2} \approx 141,4 \text{ cm}^2$.