

Grandeurs et mesures

Cours de maths - 5ème

Longueurs, aires, durées, volumes, capacités : en 5ème, tu rassembles tout ce qui se **mesure**. Tu apprends à calculer le périmètre et l'aire des figures usuelles (rectangle, triangle, parallélogramme, disque), à convertir d'une unité à l'autre et à calculer le volume d'un pavé droit ou d'un prisme droit. À la fin, tu sauras résoudre des problèmes concrets du quotidien.

1. Périmètre d'une figure

Périmètre Le **périmètre** d'une figure est la longueur de son contour. Il s'exprime en unités de longueur (mm, cm, m, km...).

Formules à connaître

- Rectangle de longueur L et de largeur l : $P = 2 \times (L + l)$.
- Carré de côté c : $P = 4 \times c$.
- Cercle de rayon r (ou de diamètre D) : $P = 2 \times \pi \times r = \pi \times D$. Le nombre π vaut environ 3,14.
- Polygone quelconque : on **additionne les longueurs de tous les côtés**.

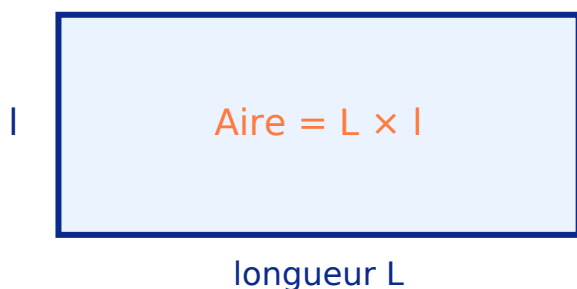
Exemple Un terrain rectangulaire mesure 12,5 m de long et 8 m de large. Son périmètre est $P = 2 \times (12,5 + 8) = 2 \times 20,5 = \mathbf{41 \text{ m}}$.

Un cercle de rayon 3 cm a pour périmètre $P = 2 \times \pi \times 3 = 6 \times \pi \approx \mathbf{18,85 \text{ cm}}$ (valeur arrondie au centième).

Piège Dans un périmètre, on ne peut additionner que des longueurs exprimées **dans la même unité**. Convertis d'abord, calcule ensuite.

2. Aire d'un rectangle et d'un carré

Aire L'**aire** d'une figure mesure la taille de sa surface. Elle s'exprime en unités d'aire : mm^2 , cm^2 , m^2 , km^2 ... Une aire de 1 cm^2 est celle d'un carré de 1 cm de côté.



Formules

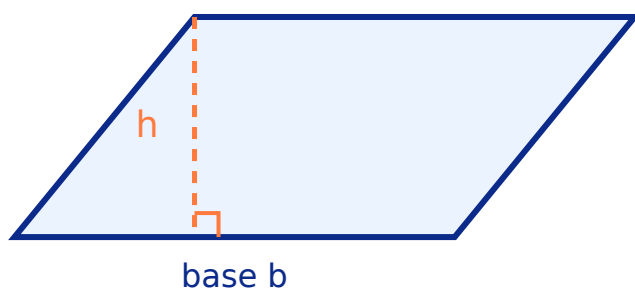
- Rectangle : $A = L \times l$ (longueur $\times$ largeur).
- Carré : $A = c \times c = c^2$.

Exemple Une affiche mesure 40 cm sur 30 cm. Son aire est $40 \times 30 = 1\,200\text{ cm}^2$. Un carré de 7 m de côté a pour aire $7 \times 7 = 49\text{ m}^2$.

Ne confonds pas Périmètre et aire sont deux grandeurs différentes. Un rectangle de 6 cm sur 2 cm a un périmètre de 16 cm et une aire de 12 cm^2 . Deux figures peuvent avoir le même périmètre et des aires très différentes.

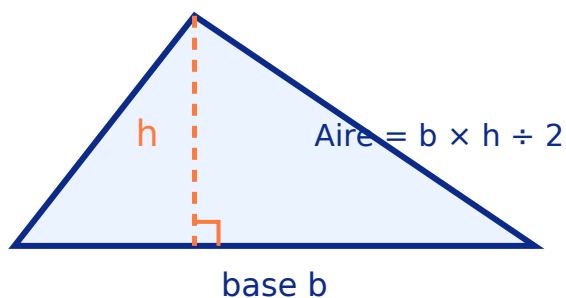
3. Aire d'un parallélogramme et d'un triangle

Hauteur Dans un parallélogramme ou un triangle, une **hauteur** est un segment **perpendiculaire** à un côté (la base) et qui joint cette base au sommet opposé ou au côté opposé. Elle fait un angle droit avec la base : ce n'est pas un côté penché.



Aire d'un parallélogramme Si on découpe un triangle rectangle à une extrémité du parallélogramme et qu'on le recolle de l'autre côté, on obtient un rectangle de même aire. Donc

$A = \text{base} \times \text{hauteur}$, avec la hauteur relative à cette base.



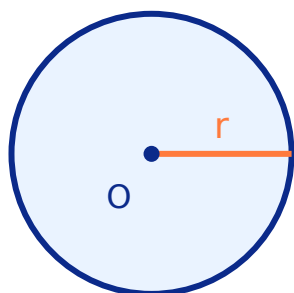
Aire d'un triangle Un triangle est la moitié d'un parallélogramme (on le double en le faisant tourner d'un demi-tour autour du milieu d'un côté). Donc

$$A = \text{base} \times \text{hauteur} \div 2.$$

Exemples Parallélogramme de base 9 cm et de hauteur 4 cm : $A = 9 \times 4 = 36 \text{ cm}^2$.
Triangle de base 7 cm et de hauteur 5 cm : $A = 7 \times 5 \div 2 = 35 \div 2 = 17,5 \text{ cm}^2$.

Piège La hauteur n'est pas le côté « penché » de la figure. Si un énoncé donne un côté oblique de 6 cm et une hauteur de 4 cm, c'est **4** qu'on utilise dans l'aire (et 6 dans le périmètre).

4. Périmètre et aire d'un disque



Vocabulaire Un disque de centre O et de rayon r est limité par un cercle. Son **diamètre** vaut $D = 2 \times r$: c'est le double du rayon.

Formule Aire d'un disque de rayon r : $A = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$. On calcule d'abord $r \times r$, puis on multiplie par π .

Exemple Un disque a un diamètre de 10 m, donc un rayon de 5 m. Son aire est $A = \pi \times 5^2 = 25 \times \pi$, soit environ **78,54 m²**. Son périmètre est $P = \pi \times 10 \approx 31,42 \text{ m}$.
La valeur **exacte** de l'aire est 25π ; la valeur donnée par la calculatrice est un **arrondi**.

Pièges fréquents 1) Utiliser le diamètre à la place du rayon dans $A = \pi \times r^2$. 2) Calculer $2 \times r$ au lieu de $r \times r$. 3) Confondre périmètre du cercle (en m) et aire du disque (en m²).

5. Convertir des longueurs et des aires

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
4	5	0	0			
			2	3	0	

Lecture : 4 500 m dans la colonne des mètres (4,5 km), et 230 cm = 2,3 m.

Convertir des longueurs Chaque unité vaut **10 fois** l'unité qui la suit : $1\text{ m} = 10\text{ dm} = 100\text{ cm} = 1\{S\}000\text{ mm}$ et $1\text{ km} = 1\{S\}000\text{ m}$. On place le chiffre des unités dans la colonne de l'unité de départ et on décale la virgule jusqu'à l'unité d'arrivée.

Exemples : $4,5\text{ km} = \mathbf{4\{S\}500\text{ m}}$; $230\text{ cm} = \mathbf{2,3\text{ m}}$; $75\text{ mm} = \mathbf{7,5\text{ cm}}$.

Convertir des aires Pour les aires, **chaque unité vaut 100 fois la suivante** : on utilise un tableau avec **deux chiffres par colonne**. $1\text{ m}^2 = 100\text{ dm}^2 = 10\{S\}000\text{ cm}^2$; $1\text{ cm}^2 = 100\text{ mm}^2$.

Exemples : $3\text{ m}^2 = \mathbf{300\text{ dm}^2}$; $5\{S\}000\text{ cm}^2 = \mathbf{50\text{ dm}^2}$; $2,5\text{ dm}^2 = \mathbf{250\text{ cm}^2}$.

Aires agraires Pour les terrains, on utilise l'**are** ($1\text{ a} = 100\text{ m}^2$) et l'**hectare** ($1\text{ ha} = 100\text{ a} = 10\{S\}000\text{ m}^2$). Un champ de 3 ha a donc une aire de $30\{S\}000\text{ m}^2$.

6. Les durées

Unités de temps $1\text{ h} = 60\text{ min}$; $1\text{ min} = 60\text{ s}$; donc $1\text{ h} = 3\{S\}600\text{ s}$. Attention : ce n'est **pas** un système décimal. $1\text{ j} = 24\text{ h}$.

Convertir et calculer

- $2\text{ h } 15\text{ min} = 2 \times 60 + 15 = \mathbf{135\text{ min}}$.
- $95\text{ min} = 60 + 35 = \mathbf{1\text{ h } 35\text{ min}}$.
- $3,5\text{ h} : 0,5\text{ h} = 30\text{ min}$, donc $3,5\text{ h} = \mathbf{3\text{ h } 30\text{ min}}$.
- Pour ajouter : $3\text{ h } 45\text{ min} + 2\text{ h } 30\text{ min} = 5\text{ h } 75\text{ min} = \mathbf{6\text{ h } 15\text{ min}}$ (on convertit 75 min en 1 h 15 min).
- Pour trouver une durée : de 14 h 50 à 17 h 15, on va de 14 h 50 à 15 h (10 min), puis à 17 h (2 h), puis à 17 h 15 (15 min) : $\mathbf{2\text{ h } 25\text{ min}}$.

Piège $2,5\text{ h}$ ne vaut pas $2\text{ h } 50\text{ min}$! La partie décimale d'une heure se multiplie par 60 : $0,5\text{ h} = 30\text{ min}$.

7. Volumes et capacités

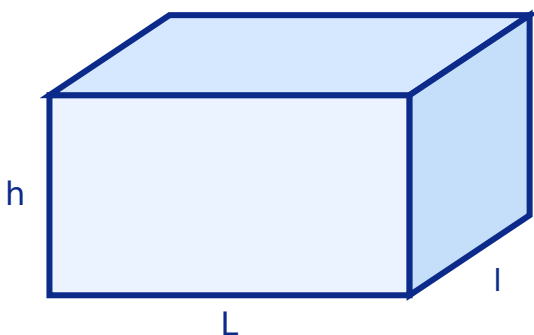
Volume Le **volume** d'un solide mesure la place qu'il occupe. Les unités sont le cm^3 , le dm^3 , le m^3 ... Un cube de 1 cm d'arête a un volume de 1 cm^3 . La **capacité** d'un récipient

est le volume de liquide qu'il peut contenir : on la mesure en litres (L), centilitres (cL), millilitres (mL).

Équivalences à connaître $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$; $1 \text{ L} = 100 \text{ cL} = 1\{S\}000 \text{ mL}$; $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$; $1 \text{ m}^3 = 1\{S\}000 \text{ dm}^3 = 1\{S\}000 \text{ L}$. Pour les volumes, **chaque unité vaut 1\{S\}000 fois la suivante** (trois chiffres par colonne).

Exemples $3 \text{ dm}^3 = 3 \text{ L}$; $4\{S\}500 \text{ L} = 4\{S\}500 \text{ dm}^3 = 4,5 \text{ m}^3$; $250 \text{ mL} = 25 \text{ cL} = 0,25 \text{ L}$; $1,2 \text{ m}^3 = 1\{S\}200 \text{ L}$.

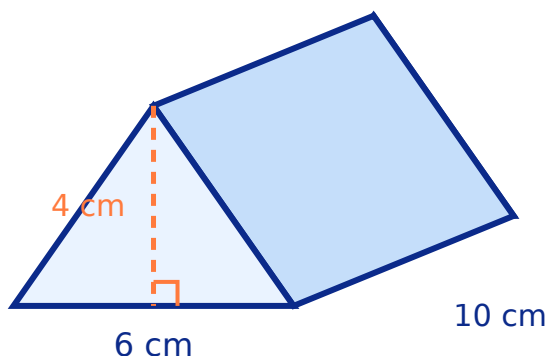
8. Volume du pavé droit et du prisme droit



Pavé droit et cube $V = \text{longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$. Pour un cube d'arête c : $V = c \times c \times c = c^3$.

Exemple Un aquarium de 60 cm de long, 30 cm de large et 40 cm de haut a un volume de $60 \times 30 \times 40 = 72\{S\}000 \text{ cm}^3 = 72 \text{ dm}^3 = 72 \text{ L}$.

Prisme droit Un **prisme droit** est un solide dont deux faces parallèles et superposables, les **bases**, sont des polygones, et dont les autres faces sont des rectangles. La **hauteur** du prisme est la distance entre les deux bases (la longueur d'une arête latérale). Le pavé droit est un prisme droit dont les bases sont des rectangles.



Volume d'un prisme droit $V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$. On calcule d'abord l'aire de la base (ici un triangle), puis on multiplie par la hauteur du prisme, en gardant la même unité de longueur partout.

Exemple Base : triangle de base 6 cm et de hauteur 4 cm, donc aire = $6 \times 4 \div 2 = 12 \text{ cm}^2$. Hauteur du prisme : 10 cm. Volume : $12 \times 10 = 120 \text{ cm}^3$, soit 0,12 L.

Mathbot te conseille Pour un prisme, repère d'abord les **deux bases** : ce sont elles qui portent la forme. La « hauteur » du prisme est la longueur qui les sépare, même si le prisme est posé sur le côté !

9. Résoudre un problème de grandeurs

Méthode en 5 étapes

1. Lis l'énoncé et repère la grandeur demandée (longueur, aire, volume, durée...).
2. Fais un schéma et note les données dessus.
3. Convertis toutes les données dans la **même unité**.
4. Choisis la bonne formule, calcule, et écris l'unité.
5. Vérifie que le résultat est vraisemblable et rédige une phrase-réponse.

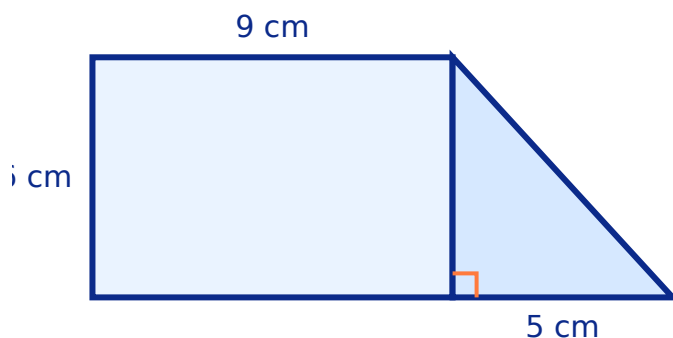


Figure composée Cette figure est formée d'un rectangle de 9 cm sur 6 cm et d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 5 cm. Aire du rectangle : $9 \times 6 = 54 \text{ cm}^2$. Aire du triangle : $6 \times 5 \div 2 = 15 \text{ cm}^2$. Aire totale : $54 + 15 = 69 \text{ cm}^2$.

Astuce Pour une figure compliquée, découpe-la en figures simples (rectangles, triangles...) et additionne les aires, ou complète-la pour retrancher ce qui dépasse.

À retenir

- Périmètre du rectangle : $2 \times (L + l)$; du carré : $4 \times c$; du cercle : $2 \times \pi \times r$.
- Aires : rectangle $L \times l$; carré $c \times c$; parallélogramme base $\times$ hauteur ; triangle base $\times$ hauteur $\div 2$.

$\times \text{hauteur} \div 2$; disque $\pi \times r \times r$.

- La hauteur est perpendiculaire à la base.
- Longueurs : un cran = $\times 10$. Aires : un cran = $\times 100$. Volumes : un cran = $\times 1\,000$.
- $1\text{ dm}^3 = 1\text{ L}$; $1\text{ m}^3 = 1\,000\text{ L}$; $1\text{ cm}^3 = 1\text{ mL}$; $1\text{ ha} = 10\,000\text{ m}^2$.
- $1\text{ h} = 60\text{ min} = 3\,600\text{ s}$: les durées ne sont pas décimales.
- Volume du pavé droit : $L \times l \times h$; du prisme droit : aire de la base $\times$ hauteur.