

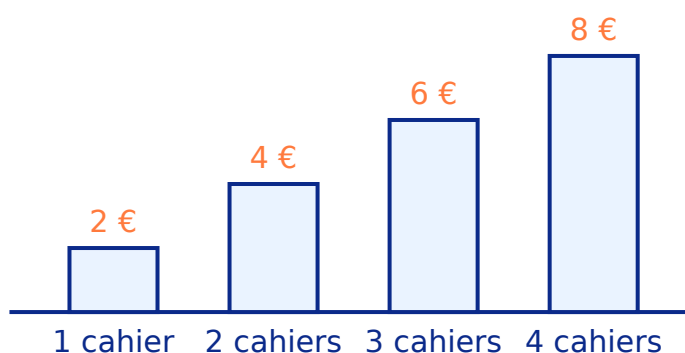
La proportionnalité

Cours de maths - CM2

Au marché, au supermarché, sur une carte ou sur la route, on rencontre souvent la **proportionnalité**. Dans ce chapitre, tu apprends à la reconnaître, à compléter un tableau, à trouver le coefficient, puis à utiliser l'échelle, la vitesse et la règle de trois.

1. Qu'est-ce que la proportionnalité ?

Un cahier coûte 2 €. Si tu en achètes 2, tu paies 4 €. Avec 3 cahiers, tu paies 6 €. Quand le nombre de cahiers double, le prix double aussi. Quand il triple, le prix triple.



Chaque barre est deux fois, trois fois, quatre fois plus haute que la première.

Grandeurs proportionnelles Deux grandeurs sont **proportionnelles** quand on passe des valeurs de l'une aux valeurs de l'autre **en multipliant toujours par le même nombre**.

Piège Ce n'est pas parce que deux nombres grandissent ensemble que c'est de la proportionnalité. Un enfant de 5 ans mesure environ 1 m. À 10 ans, il mesure environ 1,40 m. Son âge a doublé, mais sa taille n'a pas doublé. L'âge et la taille ne sont donc pas proportionnels.

2. Reconnaître un tableau de proportionnalité

On range les valeurs dans un tableau. Voici le prix de sachets de bonbons :

Nombre de sachets	2	4	8	12
Prix (en €)	5	10	20	30

Savoir si c'est un tableau de proportionnalité 1) Je regarde chaque colonne. 2) Je

cherche le nombre par lequel je multiplie la première ligne pour obtenir la deuxième. 3)
Si c'est **le même nombre pour toutes les colonnes**, le tableau est proportionnel.
Sinon, il ne l'est pas.

Exemple $2 \times 2,5 = 5$; $4 \times 2,5 = 10$; $8 \times 2,5 = 20$; $12 \times 2,5 = 30$. On multiplie toujours par 2,5. Le tableau est proportionnel.

Regarde un autre tableau :

Nombre de tours	1	2	3
Prix (en €)	3	5	7

Pour 1 tour, on multiplie par 3. Pour 2 tours, $2 \times 3 = 6$ et non 5. Ce n'est donc **pas** un tableau de proportionnalité.

3. Compléter un tableau : les trois outils

Outil 1 : multiplier ou diviser une colonne Si je multiplie (ou divise) une valeur de la première ligne par un nombre, je fais pareil dans la seconde ligne. Dans le tableau des sachets, 4 sachets coûtent 10 €. Donc 8 sachets (le double) coûtent 20 € (le double).

Outil 2 : additionner deux colonnes Dans un tableau de proportionnalité, on peut additionner deux colonnes. 4 sachets + 8 sachets = 12 sachets. Donc $10 \text{ €} + 20 \text{ €} = 30 \text{ €}$. C'est bien le prix de 12 sachets.

Outil 3 : passer par l'unité On cherche d'abord la valeur pour 1. 4 sachets coûtent 10 €. Pour 1 sachet : $10 \div 4 = 2,50 \text{ €}$. Puis, pour 6 sachets : $6 \times 2,50 = 15 \text{ €}$.

Exemple Combien coûtent 20 sachets ? 20 sachets = 2×10 sachets, et 10 sachets = 4 sachets + 4 sachets + 2 sachets. Plus simple : $20 \times 2,50 = 50$. Les 20 sachets coûtent **50 €**.

4. Le coefficient de proportionnalité

Coefficient de proportionnalité C'est le nombre par lequel on multiplie les valeurs de la première ligne pour trouver celles de la seconde. Pour le trouver, on divise une valeur de la seconde ligne par la valeur qui est au-dessus.

Sachets	2	4	8	12
Prix (€)	5	10	20	30

$\times 2,5$

Le coefficient est 2,5 : un sachet coûte 2,50 €.

À savoir Le coefficient est la valeur de la seconde ligne pour **1** de la première. Pour retrouver la première ligne, on divise par le coefficient.

Exemple Un jus de fruit contient 3 dL de sirop pour 12 dL d'eau. Coefficient : $12 \div 3 = 4$. Pour 5 dL de sirop, il faut $5 \times 4 = 20$ dL d'eau.

Mathbot te conseille Quand tu cherches le coefficient, vérifie-le toujours avec une deuxième colonne. S'il ne marche pas, le tableau n'est pas proportionnel.

5. L'échelle d'un plan ou d'une carte

Un plan est un dessin plus petit que la réalité. Toutes les longueurs sont réduites de la même façon : les longueurs sur le plan et dans la réalité sont **proportionnelles**.

4 cm sur le plan = 200 m



Échelle : 1 cm sur le plan = 50 m dans la réalité

Échelle L'échelle dit combien de fois les longueurs réelles sont plus grandes que sur le plan. Une échelle de **1/200** veut dire : 1 cm sur le plan représente 200 cm dans la réalité.

Calculer avec une échelle Pour trouver une longueur réelle, je **multiplie** la longueur du plan par le nombre de l'échelle. Pour trouver une longueur sur le plan, je **divise** la longueur réelle par ce nombre. Je convertis à la fin (100 cm = 1 m ; 100 000 cm = 1 km).

Exemple Sur un plan à l'échelle 1/200, un couloir mesure 8 cm. En vrai : $8 \times 200 = 1\,600$ cm, c'est-à-dire **16 m**. Une salle de 10 m (1 000 cm) mesure sur le plan $1\,000 \div 200 = 5$ cm.

Attention aux unités Mets toujours les deux longueurs dans la même unité avant de calculer, par exemple en centimètres.

6. La vitesse

La vitesse dit quelle distance on parcourt en **1 heure**. Si une voiture roule à 60 km/h, elle parcourt 60 km en 1 h.



À savoir Quand la vitesse ne change pas, la distance parcourue est proportionnelle au temps. Le coefficient de proportionnalité est la vitesse. Se lit « kilomètres par heure » et s'écrit km/h.

Les trois calculs Distance = vitesse $\times$ temps. Temps = distance $\div$ vitesse. Vitesse = distance $\div$ temps. Le temps doit être en heures.

Exemple À 60 km/h pendant 3 h, on parcourt $60 \times 3 = \mathbf{180 \text{ km}}$. Pour faire 150 km à 50 km/h, il faut $150 \div 50 = \mathbf{3 \text{ h}}$. Pour 30 minutes, c'est une demi-heure : à 60 km/h, on parcourt $\mathbf{1/2}$ de 60 = 30 km.

7. La règle de trois

La règle de trois sert à trouver une quatrième valeur quand on en connaît trois. On passe presque toujours par l'**unité**.

Les trois étapes 1) Je cherche la valeur pour 1 (je divise). 2) Je multiplie par le nombre voulu. 3) J'écris une phrase réponse avec l'unité.

Exemple 6 classeurs coûtent 15 €. Combien coûtent 10 classeurs ?
Pour 1 classeur : $15 \div 6 = 2,50 \text{ €}$. Pour 10 classeurs : $10 \times 2,50 = 25 \text{ €}$. Réponse : **10 classeurs coûtent 25 €**.

Nombre de classeurs	6	1	10
Prix (en €)	15	2,50	25

Astuce Avant de calculer, demande-toi : le résultat doit-il être plus grand ou plus petit que le nombre de départ ? 10 classeurs coûtent plus cher que 6, donc $25 \text{ €} > 15 \text{ €}$ est

À retenir

- Deux grandeurs sont proportionnelles si l'on passe de l'une à l'autre en multipliant toujours par le même nombre.
- Ce nombre est le coefficient de proportionnalité : on l'obtient en divisant la seconde ligne par la première.
- On complète un tableau en multipliant, en divisant, en additionnant des colonnes ou en passant par l'unité.
- Échelle 1/200 : 1 cm sur le plan, 200 cm dans la réalité. On convertit à la fin.
- Vitesse : distance = vitesse $\times$ temps ; le temps est en heures.
- Règle de trois : je cherche la valeur pour 1, puis je multiplie.
- Attention : l'âge et la taille, par exemple, ne sont pas proportionnels.