

Les solides

Cours de maths - CM2

Une boîte de céréales, un dé, un tube de chips, un toit en pointe : tous ces objets ont une forme de **solide**. Dans ce chapitre, tu apprends à reconnaître le cube, le pavé droit, le prisme, la pyramide et le cylindre, à compter leurs faces, leurs arêtes et leurs sommets, à lire leurs **patrons** et à calculer des **volumes simples**.

1. Qu'est-ce qu'un solide ?

Solide Un solide est un objet en 3 dimensions (longueur, largeur, hauteur). On peut le prendre dans la main. Sur une feuille, on dessine une **perspective** : les arêtes cachées sont en pointillés.

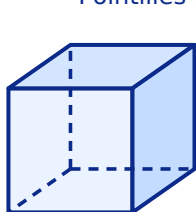
Vocabulaire

- Une **face** est une surface plate du solide.
- Une **arête** est un segment où deux faces se rencontrent.
- Un **sommet** est un point où plusieurs arêtes se rejoignent.

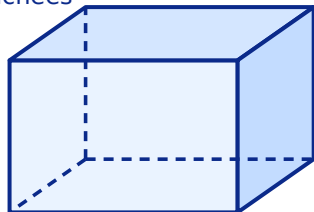
Polyèdre Un polyèdre est un solide dont **toutes les faces sont plates** (ce sont des polygones). Le cube, le pavé, le prisme et la pyramide sont des polyèdres. Le cylindre n'en est pas un, car il a une face courbe.

2. Le cube et le pavé droit

Traits pleins : arêtes visibles
Pointillés : arêtes cachées



cube



pavé droit

Le cube

- 6 faces, toutes des **carrés** identiques.
- 12 arêtes, toutes de la même longueur.
- 8 sommets.

Le pavé droit

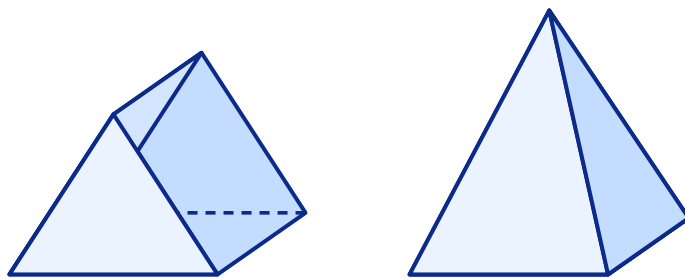
- 6 faces, toutes des **rectangles**. Les faces opposées sont identiques.
- 12 arêtes : 4 de chaque longueur (longueur, largeur, hauteur).
- 8 sommets.

Exemple Une boîte à chaussures est un pavé droit de 30 cm sur 20 cm sur 12 cm. Pour border toutes ses arêtes avec un ruban, il faut $4 \times (30 + 20 + 12) = 4 \times 62 = 248$ cm.

Un cube est un pavé ! Un cube est un pavé droit très particulier : ses trois dimensions sont égales. Toutes ses faces sont des carrés.

3. Le prisme droit

Prisme droit Un prisme droit a **2 bases** identiques et parallèles, qui sont des polygones. Ses autres faces, appelées **faces latérales**, sont des **rectangles**.



prisme (base triangle)

pyramide (base carrée)

Compter dans un prisme Si la base a n côtés :

- nombre de faces = $n + 2$;
- nombre d'arêtes = $n \times 3$;
- nombre de sommets = $n \times 2$.

Exemple : prisme à base triangulaire Ici $n = 3$. Il a $3 + 2 = 5$ faces (2 triangles et 3 rectangles), $3 \times 3 = 9$ arêtes et $3 \times 2 = 6$ sommets. Le pavé droit est un prisme dont la base est un rectangle : $n = 4$, donc 6 faces, 12 arêtes et 8 sommets. ✓

4. La pyramide

Pyramide Une pyramide a **1 base**, qui est un polygone. Ses faces latérales sont des **triangles** qui se rejoignent en un seul point, le **sommet principal**.

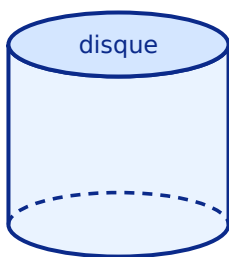
Compter dans une pyramide Si la base a n côtés :

- nombre de faces = $n + 1$;
- nombre d'arêtes = $n \times 2$;
- nombre de sommets = $n + 1$.

Exemple : pyramide à base carrée Ici $n = 4$. Elle a $4 + 1 = 5$ faces (1 carré et 4 triangles), $4 \times 2 = 8$ arêtes et $4 + 1 = 5$ sommets.

Attention Les faces latérales d'une pyramide sont des **triangles**. Celles d'un prisme sont des **rectangles**. Ne les confonds pas !

5. Le cylindre et les solides qui roulent



cylindre

2 bases : des disques

1 face courbe

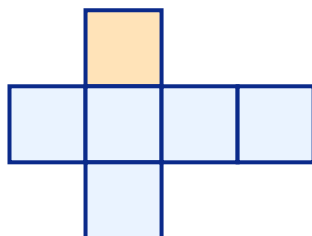
0 sommet

Cylindre Un cylindre a **2 bases** qui sont des **disques** identiques et une **face courbe**. Il n'a ni arête droite ni sommet. Une boîte de conserve est un cylindre.

Le cylindre n'est pas un polyèdre. Le cône (comme un cornet de glace) et la boule (comme un ballon) ne sont pas non plus des polyèdres : ils ont une face courbe.

6. Les patrons

Patron Un patron est le solide **déplié et mis à plat**. Si on le découpe et qu'on le plie, on retrouve le solide.



6 carrés égaux

Un patron de cube

Savoir si un dessin est le patron d'un cube

1. Compte les carrés : il en faut exactement 6.

2. Imagine que tu replies les carrés autour d'un carré du milieu.
3. Vérifie que deux carrés ne se posent jamais l'un sur l'autre, et qu'aucune face ne manque.

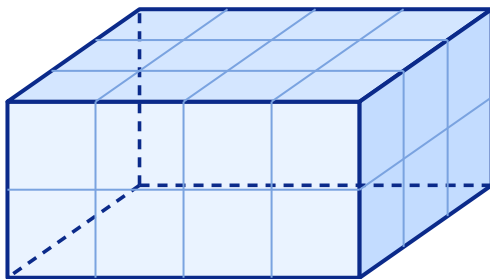
Piège Six carrés ne font pas toujours un patron. Six carrés alignés en ligne se replient en un « tube » : ils ne forment pas un cube, car il manque deux faces et deux carrés se superposent.

Patrons à connaître

- Cube : 6 carrés égaux. Il existe 11 patrons différents.
- Pavé droit : 6 rectangles, avec 3 paires de rectangles identiques.
- Prisme à base triangulaire : 2 triangles et 3 rectangles.
- Pyramide à base carrée : 1 carré et 4 triangles.
- Cylindre : 2 disques et 1 rectangle.

7. Mesurer le volume : compter des cubes

Volume Le volume d'un solide, c'est la **place** qu'il occupe. On le mesure en comptant des cubes unités. Un cube de 1 cm d'arête a un volume de **1 cm³** (un centimètre cube).



4 cubes de long, 3 de large, 2 de haut

Exemple Dans ce pavé, une couche contient $4 \times 3 = 12$ petits cubes. Il y a 2 couches. Le volume est $12 \times 2 = \mathbf{24 \text{ cm}^3}$.

8. Calculer un volume

Formules à connaître

- Pavé droit : volume = longueur $\times$ largeur $\times$ hauteur.
- Cube : volume = côté $\times$ côté $\times$ côté.

Exemples Pavé de 6 cm sur 4 cm sur 3 cm : $6 \times 4 \times 3 = 72 \text{ cm}^3$. Cube d'arête 5 cm : $5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ cm}^3$.

Autres unités de volume

- 1 dm^3 (un décimètre cube) est le volume d'un cube de 10 cm d'arête : $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$.
- $1 \text{ dm}^3 = \mathbf{1 \text{ litre}}$ (1 L).
- $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ L}$.

Exemple Un aquarium de 50 cm sur 30 cm sur 40 cm a un volume de $50 \times 30 \times 40 = 60\,000 \text{ cm}^3$. Comme $1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$, il contient $60\,000 \div 1\,000 = \mathbf{60 \text{ L}}$.

Attention Toutes les dimensions doivent être dans la même unité avant de multiplier. Et un volume s'écrit avec une unité « cube » : cm^3 , dm^3 , m^3 . Ne le confonds pas avec un périmètre (cm) ni avec une aire (cm^2).

9. Reconnaître un solide avec une description

Pour trouver un solide, pose-toi ces questions dans l'ordre.

1. Y a-t-il une face courbe ? Si oui, c'est un cylindre (ou un cône, ou une boule).
2. Sinon, combien de bases ? 2 bases identiques : prisme (cube et pavé compris). 1 base et des triangles qui se rejoignent : pyramide.
3. Quelle est la forme de la base ? Le nom du prisme ou de la pyramide en dépend.

Mathbot te conseille Pour un patron difficile, découpe-le vraiment dans une feuille et plie-le : c'est la meilleure façon de vérifier !

À retenir

- Une face est plate, une arête est un segment, un sommet est un point. Un polyèdre n'a que des faces plates.
- Cube : 6 faces, 12 arêtes, 8 sommets. Pavé droit : pareil, avec des rectangles.
- Prisme droit : 2 bases identiques et des faces latérales rectangulaires. Pyramide : 1 base et des faces latérales triangulaires.
- Cylindre : 2 disques et 1 face courbe.
- Un patron, c'est le solide mis à plat. Le patron d'un cube a 6 carrés bien placés.
- Volume du pavé : longueur $\times$ largeur $\times$ hauteur. Volume du cube : côté $\times$ côté $\times$ côté.
- $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.