

Limites de suites

Contrôle de maths - Terminale

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Limites directes / 3 pts

Détermine la limite de chaque suite.

a. $u_n = 5 - 2n^3$

b. $v_n = (4n^2 + 1)/(n^2 + 3n)$

c. $w_n = \sqrt{n} - n$

2 Indéterminées / 3 pts

Calcule la limite de chaque suite.

a. $u_n = (n^2 + n + 1)/(2n + 3)$

b. $v_n = \sqrt{4n^2 + n} - 2n$

3 Encadrements / 3 pts

a. Soit $u_n = (4n + 2 \sin n)/(2n + 1)$. Montre que $(4n - 2)/(2n + 1) \leq u_n \leq (4n + 2)/(2n + 1)$ et déduis-en la limite de (u_n) .

b. Soit $w_n = n^2 + 5\cos(n)$. Détermine $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$.

4 Suites géométriques / 4 pts

a. Donne la limite de $a_n = 4 + 3 \times (-0,5)^n$.

b. Calcule $S_n = 3 + 3/2 + 3/4 + \dots + 3/2^n$ et sa limite.

c. Quelle est la limite de $b_n = -5 \times 1,2^n$?

5 Suite récurrente et seuil / 4 pts

Soit $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 0,6 u_n + 2$. On pose $v_n = u_n - 5$.

a. Calcule u_1 et u_2 .

- b. Montre que (v_n) est géométrique et donne u_n en fonction de n .
- c. Quelle est la limite de (u_n) ?
- d. Complète : while pour que le programme suivant renvoie le plus petit n tel que $u_n > 4,99$:

```
n = 0
u = 1
while .....:
    u = 0.6 * u + 2
    n = n + 1
print(n)
```

Quelle valeur affiche-t-il ?

6 Convergence monotone / 3 pts

Soit $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \sqrt{3u_n + 4}$.

- a. Montre par récurrence que $0 \leq u_n \leq 4$.
- b. Montre que (u_n) est croissante.
- c. Justifie que (u_n) converge et détermine sa limite.