

Limites de suites

Exercices de maths - Terminale

24 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Limites de référence ★★★

Donne la limite de chaque suite, sans justification longue.

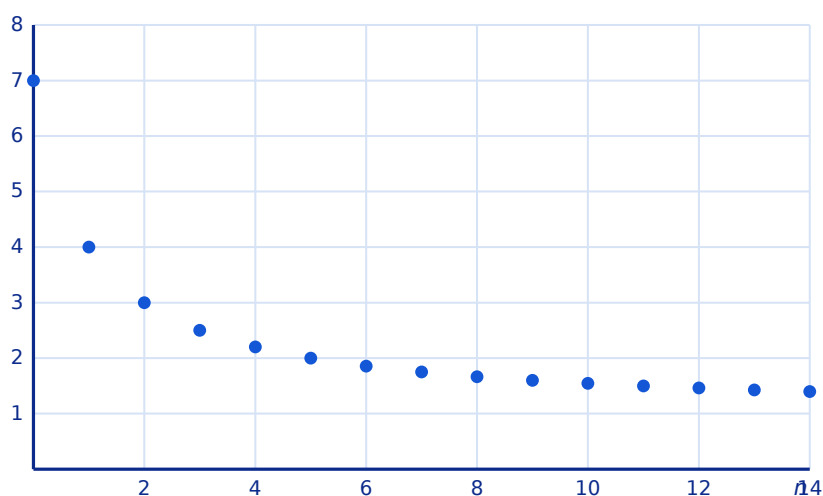
- a. $u_n = n^3$
- b. $v_n = -n^2$
- c. $w_n = 1/n^3$
- d. $x_n = 5 - 2n$
- e. $y_n = \sqrt{n} + 10$

2 Premier rang qui dépasse un seuil ★★★

- a. Pour $u_n = 3n + 2$, détermine le plus petit entier n tel que $u_n > 1\,000$.
- b. Pour $v_n = 5 - 2n$, détermine le plus petit entier n tel que $v_n < -100$.

3 Lire un nuage de points ★★★

On a représenté ci-dessous les premiers termes d'une suite (u_n) .



- a. Que peux-tu conjecturer sur le sens de variation et la limite de (u_n) ?
- b. On donne $u_n = 1 + 6/(n + 1)$. Justifie la limite conjecturée.

c. À partir de quel rang a-t-on $|u_n - 1| < 0,5$?

4 Limite et bande autour de l ★★★

Soit $u_n = 4 + 1/n$ pour $n \geq 1$.

- Quelle est la limite de (u_n) ?
- Trouve le plus petit rang n à partir duquel $|u_n - 4| < 0,001$.

5 Opérations simples ★★★

Calcule la limite de chaque suite.

- $u_n = 5 + 3/n^2$
- $v_n = (n + 1) \times n^2$
- $w_n = (2 + 1/n)(3 - 1/n)$
- $x_n = 4 - n^2$

6 Suites (q^n) ★★★

Étudie la limite de chaque suite.

- $(3/2)^n$
- $(0,8)^n$
- $(-0,5)^n$
- $(-2)^n$
- $(\sqrt{2}/2)^n$

7 Vrai ou faux ★★★

Dis si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

- Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$, alors (u_n) est croissante.
- Toute suite convergente est bornée.
- Toute suite bornée converge.
- Toute suite décroissante et minorée converge.

8 Fractions simples ★★★

Calcule la limite de chaque suite.

- $u_n = (2n + 1)/n$
- $v_n = (n^2 + 1)/n^2$

c. $w_n = 3/(n + 1)$

9 Polynômes et fractions rationnelles ★★★

Détermine la limite de chaque suite en levant l'indétermination.

a. $u_n = n^2 - 5n$

b. $v_n = -2n^3 + n^2 + 1$

c. $w_n = (3n^2 + n)/(n^2 - 4)$

d. $x_n = (n^2 + 1)/(n + 3)$

e. $y_n = (4n + 1)/(n^2 + 2)$

10 Quantité conjuguée ★★★

a. Montre que $\sqrt{n+3} - \sqrt{n} = 3/(\sqrt{n+3} + \sqrt{n})$ pour tout $n \geq 0$, puis calcule la limite.

b. Calcule la limite de $v_n = \sqrt{n^2 + n} - n$.

11 Comparaison ★★★

Détermine la limite de chaque suite en utilisant le théorème de comparaison.

a. $u_n = 2n + 3\cos(n)$

b. $v_n = -n^2 + 4\sin(n)$

12 Théorème des gendarmes ★★★

Soit $u_n = (2n + (-1)^n)/(n + 1)$ pour $n \geq 0$.

a. Montre que $(2n - 1)/(n + 1) \leq u_n \leq (2n + 1)/(n + 1)$.

b. Dédus-en la limite de (u_n) .

13 Suites géométriques ★★★

Détermine la limite de chaque suite.

a. $u_n = 5 \times (0,6)^n$

b. $v_n = 3 \times 2^n - 1$

c. $w_n = 4 - 3 \times (1/2)^n$

14 Somme de termes géométriques ★★★

a. Montre que $S_n = 1 + 1/2 + 1/4 + \dots + 1/2^n = 2 - 1/2^n$ et trouve la limite de (S_n) .

Fiche en ligne : maths-facile.eu/limites-de-suites-exercices-terminale/ · Cours, exercices et contrôles corrigés sur

b. Même question pour $T_n = 1 + 3 + 9 + \dots + 3^n$.

15 Seuil avec Python (suite géométrique) ★★★

Un joueur dispose de 200 points de vie ; chaque tour, il en perd 10 %. Après n tours, il lui reste $u_n = 200 \times 0,9^n$ points.

- Quelle est la limite de (u_n) ?
- Complète le programme pour qu'il renvoie le premier n tel que $u_n < 5$.

```
n = 0
u = 200
while .....:
    u = 0.9 * u
    n = n + 1
print(n)
```

- Que renvoie le programme ?

16 Suite arithmético-géométrique ★★★

Soit $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 0,5 u_n + 3$. On pose $v_n = u_n - 6$.

- Montre que (v_n) est géométrique.
- Exprime v_n puis u_n en fonction de n .
- Déduis-en la limite de (u_n) .

17 Quotient de deux suites exponentielles ★★★

Calcule la limite de $u_n = (2^n - 3^n)/(2^n + 3^n)$. On pourra diviser par 3^n .

18 Suite récurrente et racine ★★★

Soit $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$.

- Montre par récurrence que $0 \leq u_n \leq 2$.
- Montre que (u_n) est croissante.
- Prouve que (u_n) converge et calcule sa limite.

19 Approximation de $\sqrt{2}$ (Héron) ★★★

Soit $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = (u_n + 2/u_n)/2$.

- Calcule u_1 et u_2 sous forme de fractions.
- Montre que $u_n > 0$ pour tout n , puis que $u_{n+1}^2 - 2 = (u_n^2 - 2)^2 / (4u_n^2)$. Dédus-en $u_n \geq \sqrt{2}$ pour $n \geq 1$.
- Montre que (u_n) est décroissante à partir du rang 1, puis qu'elle converge vers $\sqrt{2}$.

20 Épargne et seuil ★★★

Un capital de 5 000 € est placé à 4 % par an ; chaque année, on ajoute 400 € après le calcul des intérêts. On note C_n le capital après n années : $C_0 = 5\,000$ et $C_{n+1} = 1,04 C_n + 400$.

- Calcule C_1 .
- On pose $D_n = C_n + 10\,000$. Montre que (D_n) est géométrique, puis exprime C_n en fonction de n .
- Dédus-en la limite de (C_n) .
- À partir de quelle année le capital dépasse-t-il 20 000 € ?

21 Concentration et seuil ★★★

Dans un bassin, la concentration d'un produit (en mg/L) vaut 50 au départ. Chaque semaine, elle perd 10 % puis on ajoute 4 mg/L : $u_0 = 50$ et $u_{n+1} = 0,9 u_n + 4$.

- Calcule u_1 .
- Montre que $v_n = u_n - 40$ est géométrique et exprime u_n .
- Quelle est la limite de la concentration ?
- Écris un programme Python qui renvoie le premier n tel que $u_n < 41$, et donne sa valeur.

22 Bernoulli et divergence ★★★

- Démontre par récurrence que, pour tout réel $a \geq 0$ et tout entier n , $(1 + a)^n \geq 1 + na$.
- Dédus-en la limite de $(1,02)^n$.
- Trouve, grâce à l'inégalité, un rang n à partir duquel $1,02^n > 1\,000$.

23 Formes indéterminées délicates ★★★

Calcule la limite de chaque suite.

- $u_n = (n^2 - 3n)/(1 - 2n)$
- $v_n = n - 3\sqrt{n}$

24 Somme de racines ★★★

Soit $S_n = 1/\sqrt{1} + 1/\sqrt{2} + \dots + 1/\sqrt{n}$ pour $n \geq 1$.

- a. Montre que $S_n \geq \sqrt{n}$.
- b. Dédus-en la limite de (S_n) .