

Loi binomiale

Exercices de maths - Terminale

23 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Bernoulli ou pas ? ★★★

Dans chaque situation, dis si l'on a un schéma de Bernoulli. Si oui, donne n , p et le succès ; sinon explique pourquoi.

- On lance 12 fois un dé équilibré et on note si le 6 sort.
- On tire 3 cartes sans remise dans un jeu de 32 cartes et on regarde si elles sont des cœurs.
- Un élève répond au hasard à 15 questions, chacune ayant 4 propositions dont une seule est juste.
- On lance 5 fois un dé et on note le résultat obtenu (de 1 à 6).

2 Coefficients binomiaux ★★★

Calcule à la main avec les factorielles : $C(7 ; 2)$, $C(9 ; 3)$ et $C(10 ; 8)$. Vérifie $C(7 ; 2)$ avec la relation de Pascal sachant que $C(6 ; 1) = 6$ et $C(6 ; 2) = 15$.

3 QCM au hasard ★★★

Un élève répond au hasard à un test de 12 questions ; chacune a 4 propositions dont une seule est correcte. Soit X le nombre de bonnes réponses.

- Justifie que X suit une loi binomiale et donne ses paramètres.
- Écris $P(X = 3)$ puis calcule-la à 0,001 près.
- Calcule $E(X)$.

4 Lancers de pièce ★★★

On lance 6 fois une pièce équilibrée. X est le nombre de « face ».

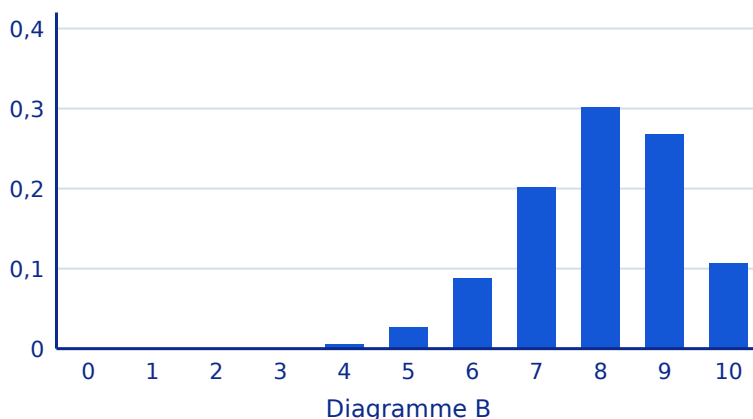
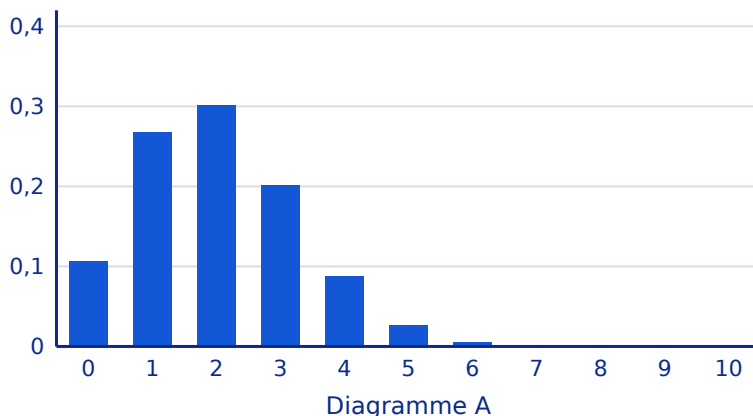
- Donne la loi de X .
- Calcule $P(X = 2)$, $P(X = 3)$ et $P(X \geq 1)$ (valeurs exactes sous forme de fractions).

5 Espérance, variance, écart type ★★★

Pour chaque loi, donne $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$ (écart type arrondi au centième si besoin) : $B(40 ; 0,25)$, $B(100 ; 0,02)$, $B(50 ; 0,9)$.

6 Lire deux diagrammes ★★★

Deux diagrammes en bâtons représentent les lois $B(10 ; 0,2)$ et $B(10 ; 0,8)$, dans le désordre.



- Associe chaque diagramme à sa loi, en justifiant.
- Quelle est la valeur la plus probable dans chaque cas ?
- Quel lien y a-t-il entre $P(X = k)$ pour $B(10 ; 0,2)$ et $P(Y = 10 - k)$ pour $B(10 ; 0,8)$?

7 Au moins un ★★★

Un joueur lance 5 fois une fléchette ; il atteint la cible avec la probabilité 0,1 à chaque lancer (lancers indépendants). Quelle est la probabilité qu'il atteigne la cible **au moins une fois** ? Arrondis au millième.

8 Contrôle qualité ★★★

Une machine produit des pièces dont 2 % sont défectueuses. On prélève 30 pièces (production assez grande pour assimiler à des tirages indépendants). X est le nombre de pièces défectueuses.

- Donne la loi de X .
- Calcule $P(X = 0)$ et $P(X \leq 2)$ au millième.
- Calcule $P(X \geq 3)$.

9 Tir à l'arc ★★★

Un archer touche le centre de la cible avec la probabilité 0,7 à chaque flèche, indépendamment. Il tire 10 flèches. X est le nombre de flèches au centre.

- Donne la loi de X .
- Calcule $P(X \geq 8)$.
- Calcule $P(5 \leq X \leq 8)$.
- Calcule $E(X)$ et $\sigma(X)$.

10 Vrai ou faux ★★★

Dans chaque cas, X suit $B(20 ; 0,4)$. Dis si l'affirmation est vraie ou fausse et justifie.

- $E(X) = 8$.
- $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 5)$.
- $P(X < 3) = P(X \leq 2)$.
- $V(X) = 4,8$.
- $P(X = 20) = 0,4^{20}$.

11 Sondage dans une grande ville ★★★

Dans une ville de 80 000 habitants, 30 % possèdent un vélo. On interroge 20 habitants au hasard ; la population étant très grande, on assimile à un tirage avec remise. X est le nombre de cyclistes dans l'échantillon.

- Justifie que X suit $B(20 ; 0,3)$.
- Calcule $P(X = 6)$.
- Calcule $P(X \geq 10)$.
- Quel est le nombre moyen de cyclistes par échantillon ?

12 Un jeu de dé ★★★

Pour jouer, on mise 4 €. On lance 5 fois un dé équilibré ; chaque 6 obtenu rapporte 6 €.

Fiche en ligne : maths-facile.eu/loi-binomiale-exercices-terminale/ · Cours, exercices et contrôles corrigés sur [maths-](https://maths-facile.eu)

Soit X le nombre de 6 et G le gain algébrique (gain moins mise).

- Donne la loi de X et calcule $E(X)$.
- Exprime G en fonction de X et calcule $E(G)$.
- Le jeu est-il favorable au joueur ?
- Calcule la probabilité de ne rien gagner du tout (aucun 6).

13 Valeur la plus probable ★★★

X suit $B(20 ; 0,3)$.

- Montre que $P(X = k + 1) \div P(X = k) = (20 - k) \times 0,3 \div ((k + 1) \times 0,7)$.
- Pour quelles valeurs de k ce rapport est-il supérieur ou égal à 1 ?
- En déduis la valeur la plus probable de X et vérifie à la calculatrice.

14 Combien de tentatives ? ★★★

Un joueur réussit un tir avec la probabilité 0,12 à chaque essai (essais indépendants). Combien d'essais doit-il prévoir pour que la probabilité de réussir **au moins une fois** soit supérieure ou égale à 0,99 ?

15 Lire un programme ★★★

On considère le programme suivant.

```
from math import comb

def f(n, p, k):
    return comb(n, k) * p**k * (1 - p)**(n - k)

def g(n, p, k):
    s = 0
    for i in range(k + 1):
        s = s + f(n, p, i)
    return s

print(f(4, 0.5, 2))
print(1 - g(4, 0.5, 1))
```

- Que calculent $f(n, p, k)$ et $g(n, p, k)$?
- Quelles valeurs sont affichées ? Interprète-les pour X suivant $B(4 ; 0,5)$.
- Comment modifier la dernière ligne pour obtenir $P(X \geq 3)$?

16 Deux seuils ★★★

Un laboratoire teste des échantillons ; chacun est positif avec la probabilité 0,15, indépendamment des autres.

- Combien d'échantillons faut-il tester pour que la probabilité d'en trouver au moins un positif dépasse 0,99 ?
- Avec une probabilité de 0,1 par échantillon, combien faut-il en tester pour que $P(X \geq 2) \geq 0,9$? (Utilise la calculatrice ou Python, avec $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$.)

17 Somme des probabilités ★★★

X suit $B(3 ; p)$ avec $0 < p < 1$. On note $q = 1 - p$.

- Écris la loi de X avec des expressions en p et q .
- Montre que la somme des quatre probabilités vaut 1.
- Calcule $E(X)$ directement avec la définition et vérifie que tu trouves $3p$.

18 Intervalle de fluctuation ★★★

X suit $B(60 ; 0,5)$. À l'aide de la calculatrice ou de Python :

- Détermine le plus petit entier a tel que $P(X \leq a) > 0,025$.
- Détermine le plus petit entier b tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$.
- En déduis un intervalle $[a ; b]$ avec $P(a \leq X \leq b) \geq 0,95$ et calcule cette probabilité.
- Un joueur obtient 42 « face » sur 60 lancers. Ce résultat est-il compatible avec une pièce équilibrée au seuil de 95 % ?

19 Inégalité de Bienaymé-Tchebychev ★★★

X suit $B(200 ; 0,5)$.

- Calcule $E(X)$ et $V(X)$.
- Avec l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev et $\delta = 20$, majore $P(|X - 100| \geq 20)$.
- Déduis-en un minorant de $P(80 < X < 120)$.
- Calcule la valeur exacte de $P(81 \leq X \leq 119)$ à la calculatrice et compare.

20 Surréservation ★★★

Une compagnie aérienne vend 125 billets pour un vol de 120 places. Chaque passager se présente à l'embarquement avec la probabilité 0,93, indépendamment des autres. X est le nombre de passagers présents.

- Justifie que X suit $B(125 ; 0,93)$ et calcule $E(X)$, $\sigma(X)$.

- b. Calcule la probabilité qu'il y ait plus de passagers présents que de places.
- c. La compagnie souhaite que cette probabilité reste inférieure à 0,05. Est-ce le cas ?

21 Un test à choix multiples ★★★

Un test comporte 20 questions à 4 propositions (une seule juste). Un candidat répond au hasard. Il est reçu s'il obtient au moins 10 bonnes réponses. X est son nombre de bonnes réponses.

- a. Donne la loi de X , $E(X)$ et $\sigma(X)$.
- b. Calcule la probabilité d'être reçu en répondant au hasard.
- c. Le candidat sait répondre juste avec certitude à 6 questions et répond au hasard aux 14 autres. Soit Y le nombre de bonnes réponses parmi ces 14 questions au hasard. Quelle est la probabilité d'être reçu ?

22 Dispersion et valeur de p ★★★

Pour $n = 50$, on compare les lois $B(50 ; p)$.

- a. Calcule σ pour $p = 0,1$, $p = 0,5$ et $p = 0,9$ (au centième).
- b. Montre que pour tout p de $[0 ; 1]$, $p(1 - p) \leq \mathbf{1/4}$, avec égalité si et seulement si $p = 0,5$.
- c. En déduis que $\sigma(X) \leq \sqrt{n} \div 2$ pour toute loi $B(n ; p)$. Donne cette borne pour $n = 50$.

23 Pièce équilibrée et triangle de Pascal ★★★

On lance 10 fois une pièce équilibrée. X est le nombre de « face ».

- a. Montre que $P(X = k) = C(10 ; k) \div 1024$.
- b. Sachant que $C(10 ; 5) = 252$, $C(10 ; 4) = 210$ et $C(10 ; 3) = 120$, calcule $P(X = 5)$ et $P(3 \leq X \leq 7)$.
- c. Justifie sans calcul que la somme des $C(10 ; k)$ pour k de 0 à 10 vaut 1024.