

Longueurs, masses et contenances

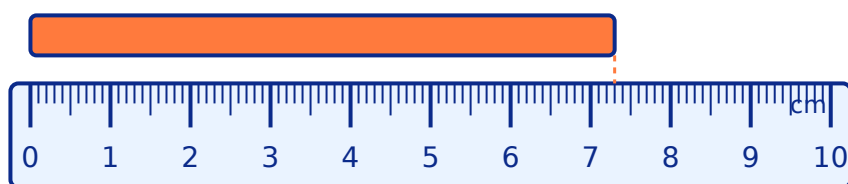
Cours de maths - 6ème

Une règle pour mesurer un crayon, une balance pour peser des pommes, une bouteille pour doser du jus : tout cela repose sur des **unités**. Dans ce chapitre, tu apprends à choisir la bonne unité, à **convertir** des longueurs, des masses et des contenances, puis à calculer des **périmètres**, y compris celui d'un cercle avec le nombre π .

1. Mesurer une longueur

Longueur et unité Une **longueur** mesure la distance entre deux points ou la taille d'un objet. Pour la donner, on choisit une **unité** et on compte combien de fois elle « rentre » dans la longueur. L'unité de référence est le **mètre** (symbole m).

Pour mesurer précisément un petit objet, on utilise une règle graduée. On place le zéro au début de l'objet et on lit la graduation en face de la fin. Ici, le crayon orange mesure 7,3 cm, soit 73 mm :



Entre deux nombres entiers de centimètres, il y a 10 petites graduations : chacune vaut 1 mm. Le bout du crayon est 3 graduations après le 7.

Choisir la bonne unité On prend l'unité qui donne un nombre facile à imaginer : le **mm** pour l'épaisseur d'un cahier, le **cm** pour un stylo, le **m** pour une pièce de la maison, le **km** pour la distance entre deux villes.

2. Les unités de longueur et le tableau de conversion

Multiples et sous-multiples du mètre Les préfixes indiquent combien de mètres on prend : **kilo** = 1 000, **hecto** = 100, **déca** = 10, **déci** = un dixième, **centi** = un centième, **milli** = un millième. Ainsi 1 km = 1 000 m, 1 dm = 0,1 m, 1 cm = 0,01 m et 1 mm = 0,001 m.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1 000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

À savoir par cœur Quand on passe d'une unité à l'unité **immédiatement plus petite** (à droite dans le tableau), on **multiplie par 10** : $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$. Quand on passe à l'unité **immédiatement plus grande** (à gauche), on **divise par 10** : $1 \text{ cm} = 0,1 \text{ dm}$.

Convertir avec le tableau 1) Écris le nombre dans le tableau : le chiffre des unités de la mesure va dans la colonne de son unité, les autres chiffres suivent chacun dans sa colonne. 2) Repère la colonne de l'unité demandée. 3) Lis le nombre : le chiffre qui est dans cette colonne devient le chiffre des unités, la virgule se place juste après lui. 4) Complète par des zéros si des colonnes sont vides.

Exemple : convertir 2 654 cm en m Le chiffre 4 est dans la colonne des cm, le 5 dans celle des dm, le 6 dans celle des m et le 2 dans celle des dam.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		2	6	5	4	

Le nombre 2 654 cm dans le tableau des longueurs.

Le chiffre 6 est dans la colonne des m : il devient le chiffre des unités. Donc **2 654 cm = 26,54 m**.

3. Les masses

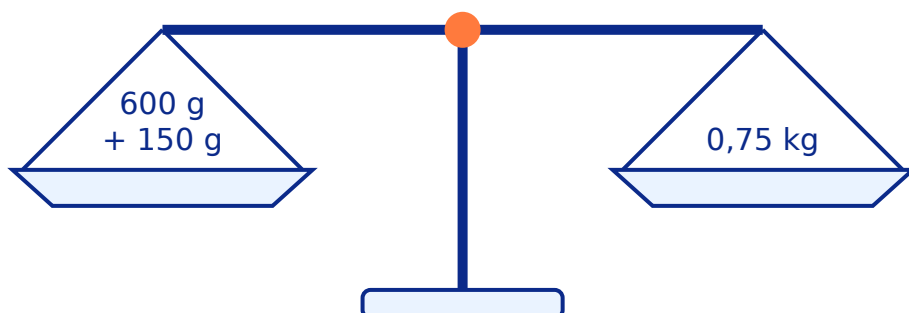
Masse La **masse** d'un objet mesure la quantité de matière qu'il contient. On la mesure avec une balance. L'unité usuelle est le **gramme** (g) et le **kilogramme** (kg), avec $1 \text{ kg} = 1\,000 \text{ g}$. On utilise aussi la **tonne** : $1 \text{ t} = 1\,000 \text{ kg}$.

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
kilogramme	hectogramme	décagramme	gramme	décigramme	centigramme	milligramme

Même principe que pour les longueurs : de colonne en colonne, on multiplie ou on divise par 10.

Exemples $4,2 \text{ kg} = 4\,200 \text{ g}$ (on décale de 3 colonnes vers la droite) · $870 \text{ g} = 0,87 \text{ kg}$ · $35 \text{ cg} = 350 \text{ mg}$ · $1 \text{ hg} = 100 \text{ g}$.

Sur une balance à plateaux, on met l'objet d'un côté et des masses marquées de l'autre. La balance est **en équilibre** quand les deux côtés ont la même masse :



À gauche : $600\text{ g} + 150\text{ g} = 750\text{ g}$. À droite : $0,75\text{ kg} = 750\text{ g}$. Les deux masses sont égales : la balance est en équilibre.

4. Les contenances

Contenance La **contenance** d'un récipient est la quantité de liquide qu'il peut contenir. L'unité de référence est le **litre** (L). Les autres unités sont obtenues avec les mêmes préfixes : décilitre (dL), centilitre (cL), millilitre (mL), décalitre (daL), hectolitre (hL).

hL	daL	L	dL	cL	mL
hectolitre	décalitre	litre	décilitre	centilitre	millilitre

À savoir par cœur $1\text{ L} = 10\text{ dL} = 100\text{ cL} = 1\,000\text{ mL}$. Un petit verre contient environ 20 cL, une cuillère à café 5 mL.

Litre et volume Un litre est la contenance d'un cube de 1 dm d'arête : $1\text{ L} = 1\text{ dm}^3$. C'est pratique pour passer d'un volume à une quantité de liquide, tu le verras plus tard.

Piège classique Dans le tableau des contenances, il n'y a pas de colonne « km » ni « kL » : la première colonne est celle des hL. Fais attention à ne pas décaler tes chiffres d'une colonne.

5. Calculer avec des unités

Additionner ou soustraire des mesures On ne peut additionner que des mesures exprimées **dans la même unité**. 1) Convertis dans l'unité la plus pratique (souvent la plus petite). 2) Calcule. 3) Donne le résultat, si besoin, dans une unité mieux adaptée.

Exemple Une planche de 1,8 m est rallongée de 35 cm. $1,8\text{ m} = 180\text{ cm}$; $180 + 35 = 215\text{ cm}$, soit **2,15 m**.

Multiplier ou diviser une mesure On calcule avec le nombre et on garde l'unité. 6

Fiche en ligne : maths-facile.eu/longueurs-masses-et-contenances-cours-6eme/ · Cours, exercices et contrôles corrigés

bouteilles de 1,5 L contiennent $6 \times 1,5 = 9$ L. Un ruban de 3 m coupé en 8 morceaux égaux donne $300 \div 8 = 37,5$ cm par morceau.

Pièges à éviter N'écris jamais $2 \text{ m} + 40 \text{ cm} = 42$! Écris $200 \text{ cm} + 40 \text{ cm} = 240 \text{ cm}$. Une même unité partout, puis seulement on calcule. Et écris toujours l'unité dans la réponse.

Mesure en plusieurs unités 3 m 45 cm signifie $3 \text{ m} + 45 \text{ cm} = 300 \text{ cm} + 45 \text{ cm} = 345 \text{ cm} = 3,45 \text{ m}$.

6. Le périmètre d'un polygone

Périmètre Le **périmètre** d'une figure fermée est la longueur de son contour. Pour un polygone, c'est la **somme des longueurs de tous ses côtés**. Il s'exprime avec une unité de longueur.



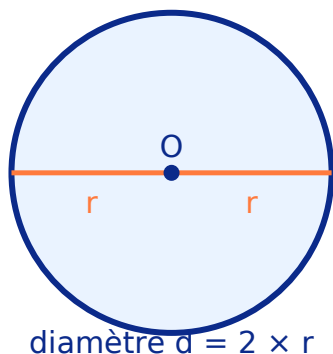
Formules à connaître Rectangle : $P = 2 \times (L + l)$ · Carré de côté c : $P = 4 \times c$ · Triangle : $P = a + b + c$ (somme des trois côtés) · Triangle équilatéral de côté c : $P = 3 \times c$.

Exemple Un terrain rectangulaire mesure 18 m de long et 11 m de large. $P = 2 \times (18 + 11) = 2 \times 29 = \mathbf{58 \text{ m}}$. Pour une clôture, il faut donc 58 m de grillage.

Retrouver un côté Si on connaît le périmètre d'un carré, on divise par 4 pour trouver son côté. Pour un rectangle, on divise le périmètre par 2 (c'est la somme $L + l$), puis on enlève la longueur connue.

Attention aux unités Avant d'additionner les côtés, vérifie qu'ils sont tous dans la même unité. Un rectangle de 2 m sur 50 cm a pour périmètre $2 \times (200 + 50) = 500 \text{ cm} = 5 \text{ m}$.

7. Le cercle et le nombre π



Vocabulaire Le **rayon** r est la distance entre le centre O et un point du cercle. Le **diamètre** d est la longueur d'un segment qui passe par le centre et joint deux points du cercle : $d = 2 \times r$. Le périmètre d'un cercle s'appelle aussi sa **circonférence**.

Si tu mesures avec une ficelle le tour de plusieurs objets ronds (une boîte, une assiette, un verre) et que tu divises par leur diamètre, tu trouves toujours à peu près le même nombre : un peu plus de 3.

Le nombre π (se lit « pi ») Le périmètre d'un cercle est **proportionnel** à son diamètre. Le quotient « périmètre $\div$ diamètre » est toujours le même nombre, noté π . On a $\pi \approx 3,141\,592\,65\dots$ Ce nombre n'est pas décimal : ses chiffres après la virgule ne s'arrêtent jamais. Une valeur arrondie au centième est 3,14.

Diamètre d (cm)	2	5	10	20
Périmètre $\approx 3,14 \times d$ (cm)	6,28	15,7	31,4	62,8

Quand le diamètre double, le périmètre double aussi : c'est une situation de proportionnalité.

Calculer le périmètre d'un cercle Avec le diamètre : $P = \pi \times d$. Avec le rayon : $P = 2 \times \pi \times r$. On remplace la lettre par la valeur donnée. Le résultat **exact** contient toujours la lettre π ; pour une **valeur approchée**, on prend la touche π de la calculatrice ou 3,14.

Exemple Un cercle a pour rayon 4 cm. $P = 2 \times \pi \times 4 = 8 \times \pi$ cm (valeur exacte). Avec 3,14 : $8 \times 3,14 = 25,12$, donc $P \approx 25,1$ cm au dixième.

Piège classique Ne confonds pas rayon et diamètre. Si l'énoncé donne le rayon, le périmètre est $2 \times \pi \times r$, pas $\pi \times r$!

8. Périmètre d'une figure composée et problèmes

Figure composée 1) Repère le **contour** de la figure : seuls les bords extérieurs comptent. 2) Décompose-le en segments et en arcs de cercle. 3) Calcule chaque longueur dans la même unité, puis additionne. Les traits qui sont à l'intérieur de la

figure ne comptent pas !

Exemple Un rectangle de 10 cm sur 6 cm est prolongé par un demi-disque de diamètre 6 cm sur un petit côté. Le contour comprend $10 + 10 + 6 = 26$ cm de segments et un demi-cercle de longueur $(\pi \times 6) \div 2 = 3 \times \pi$ cm. Périmètre exact : **$26 + 3 \times \pi$ cm**, soit environ **35,4 cm** ($3 \times 3,14 = 9,42$ et $26 + 9,42 = 35,42$).

Mathbot te conseille Avant de te lancer dans un problème, fais un petit schéma et note dessus les longueurs. Tu verras tout de suite quelles unités convertir et quels côtés manquent !

À retenir

- Les unités de longueur, de masse et de contenance se suivent de 10 en 10 : on multiplie par 10 pour passer à l'unité plus petite, on divise par 10 pour passer à l'unité plus grande.
- $1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$; $1 \text{ m} = 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ mm}$; $1 \text{ kg} = 1\,000 \text{ g}$; $1 \text{ L} = 100 \text{ cL} = 1\,000 \text{ mL}$.
- Le tableau de conversion aide à placer la virgule sans se tromper.
- On n'additionne que des mesures exprimées dans la même unité.
- Le périmètre est la longueur du contour : rectangle $2 \times (L + l)$, carré $4 \times c$.
- Périmètre d'un cercle : $P = \pi \times d = 2 \times \pi \times r$, avec $\pi \approx 3,14$; la valeur exacte garde la lettre π .