

Multiples, diviseurs et divisibilité

Cours de maths - CM2

Dans ce chapitre, tu apprends les mots **multiple**, **diviseur** et **divisible**. Tu vas aussi découvrir des **critères de divisibilité** : des astuces pour savoir très vite si un nombre se divise par 2, 3, 4, 5, 9 ou 10, sans poser la division.

1. Les multiples d'un nombre

Multiple Un **multiple** de 7 est un nombre que l'on trouve dans la table de multiplication de 7 : $7 \times 1 = 7$, $7 \times 2 = 14$, $7 \times 3 = 21$... Les multiples de 7 sont 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70... et ils continuent sans jamais s'arrêter.



Les multiples de 4 sont en orange

Sur la droite, les multiples de 4 sont : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36 et 40. On avance de 4 en 4.

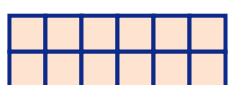
Exemple 56 est un multiple de 7, car $7 \times 8 = 56$. 50 n'est pas un multiple de 7, car $7 \times 7 = 49$ et $7 \times 8 = 56$: on saute de 49 à 56 sans tomber sur 50.

Bon à savoir Un nombre a une infinité de multiples. Pour en trouver un, on multiplie ce nombre par 1, 2, 3, 4... Le nombre 0 est multiple de tous les nombres, mais on cherche en général les multiples non nuls.

2. Les diviseurs d'un nombre

Diviseur Un **diviseur** d'un nombre est un nombre qui entre dans ce nombre un nombre entier de fois, **sans reste**. Comme $12 = 3 \times 4$, les nombres 3 et 4 sont des diviseurs de 12.


 $1 \times 12 = 12$


 $2 \times 6 = 12$


 $3 \times 4 = 12$

Les diviseurs de 12 : 1, 2, 3, 4, 6 et 12

12 carreaux se rangent en rectangles de 3 façons : 1×12 , 2×6 et 3×4 . On lit tous les diviseurs de 12 : 1, 2, 3, 4, 6 et 12.

Trouver tous les diviseurs d'un nombre 1) J'écris 1 et le nombre lui-même : ils sont toujours diviseurs.

2) Je teste 2, puis 3, puis 4... dans l'ordre.

3) Chaque fois que je trouve une multiplication, j'écris les deux nombres : pour 18, $2 \times 9 = 18$, donc 2 et 9 sont diviseurs.

4) Je m'arrête quand les nombres se croisent.

Pour 18 : 1×18 , 2×9 , 3×6 . Les diviseurs de 18 sont **1, 2, 3, 6, 9 et 18**.

Un piège Ne confonds pas multiple et diviseur ! 3 est un **diviseur** de 12 (il est plus petit) et 24 est un **multiple** de 12 (il est plus grand). Un multiple est toujours plus grand ou égal ; un diviseur est toujours plus petit ou égal.

3. Divisible : le mot qui relie les deux

À savoir Ces trois phrases disent la même chose :

- 56 est un **multiple** de 7 ;
- 7 est un **diviseur** de 56 ;
- 56 est **divisible** par 7.

Elles sont vraies parce que $56 = 7 \times 8$, ou parce que $56 \div 7 = 8$ sans reste.

Exemple Est-ce que 45 est divisible par 6 ? On cherche dans la table de 6 : $6 \times 7 = 42$ et $6 \times 8 = 48$. Le nombre 45 n'y est pas. Donc 45 **n'est pas** divisible par 6 ($45 = 6 \times 7 + 3$, il reste 3).

4. Les critères pour 2, 5 et 10

Ces trois critères se lisent sur le **dernier chiffre** du nombre.

À savoir

- Divisible par **2** : le nombre finit par 0, 2, 4, 6 ou 8 (c'est un nombre pair).
- Divisible par **5** : le nombre finit par 0 ou 5.
- Divisible par **10** : le nombre finit par 0.

Exemples 7 380 finit par 0 : il est divisible par 2, par 5 et par 10. 1 245 finit par 5 : il est divisible par 5 mais pas par 2, ni par 10. 836 finit par 6 : il est divisible par 2 seulement.

Attention Un nombre divisible par 10 est toujours divisible par 2 et par 5. Mais un

nombre divisible par 5 n'est pas toujours divisible par 10 : 35 finit par 5, pas par 0.

5. Les critères pour 3 et 9

Pour 3 et 9, on **additionne tous les chiffres** du nombre.

À savoir

- Divisible par **3** : la somme des chiffres est un multiple de 3 (3, 6, 9, 12, 15, 18...).
- Divisible par **9** : la somme des chiffres est un multiple de 9 (9, 18, 27...).

$$\boxed{4} + \boxed{6} + \boxed{8} = 18$$

18 est dans la table de 9 : 468 est divisible

Pour 468 : $4 + 6 + 8 = 18$. Comme 18 est dans les tables de 3 et de 9, 468 est divisible par 3 et par 9.

Exemples Pour 372 : $3 + 7 + 2 = 12$. 12 est dans la table de 3, mais pas dans celle de 9. Donc 372 est divisible par 3, mais pas par 9. Vérification : $372 \div 3 = 124$.

Un coup de pouce de Mathbot Si un nombre est divisible par 9, il est aussi divisible par 3, car $9 = 3 \times 3$. Mais attention : 12 est divisible par 3, pas par 9 !

6. Le critère pour 4

À savoir Un nombre est divisible par **4** si le nombre formé par ses **deux derniers chiffres** est un multiple de 4 (ou si ces deux chiffres sont 00).

Exemples 3 124 : on regarde 24. Comme $24 = 4 \times 6$, alors 3 124 est divisible par 4 ($3\ 124 = 4 \times 781$). 2 318 : on regarde 18. 18 n'est pas dans la table de 4 (16, puis 20), donc 2 318 n'est pas divisible par 4. 700 finit par 00 : il est divisible par 4.

Un nombre est divisible par...	si...	Exemple
2	il finit par 0, 2, 4, 6 ou 8	354 finit par 4
5	il finit par 0 ou 5	1 285 finit par 5
10	il finit par 0	470 finit par 0
3	la somme de ses chiffres est dans la table de 3	$2 + 4 + 6 = 12$, donc 246
9	la somme de ses chiffres est dans la table de 9	$4 + 6 + 8 = 18$, donc 468

Un nombre est divisible par...	si...	Exemple
4	le nombre formé par ses 2 derniers chiffres est dans la table de 4	$3\ 124 : 24 = 4 \times 6$

7. Utiliser ces critères pour résoudre des problèmes

Méthode 1) Je repère ce qu'on cherche : un multiple, un diviseur, un partage sans reste.

2) J'utilise le bon critère, ou la table de multiplication.

3) Je vérifie avec une division ou une multiplication.

4) J'écris une phrase réponse.

Partager sans reste Une maîtresse a 54 cahiers. Elle veut les ranger en piles égales de 6 cahiers. 54 est dans la table de 6 ($6 \times 9 = 54$). Elle fait **9 piles** sans reste.

Chercher un chiffre manquant Quel chiffre mettre à la place du carré pour que $52\square$ soit divisible par 3 ? $5 + 2 = 7$. Il faut que $7 + \square$ soit dans la table de 3 : 9 ($\square = 2$), 12 ($\square = 5$) ou 15 ($\square = 8$). Les chiffres possibles sont **2, 5 et 8**.

À retenir

- Les multiples de 7 sont ceux de la table de 7 : 7, 14, 21, 28... Il y en a une infinité.
- Un diviseur de 12 entre dans 12 sans reste : 1, 2, 3, 4, 6 et 12.
- « 56 est un multiple de 7 », « 7 est un diviseur de 56 » et « 56 est divisible par 7 » veulent dire la même chose.
- Divisible par 2, 5 ou 10 : on regarde le dernier chiffre.
- Divisible par 3 ou 9 : on additionne les chiffres, et on regarde les tables de 3 ou de 9.
- Divisible par 4 : on regarde les deux derniers chiffres.