

Multiples et diviseurs

Cours de maths - CM1

Dans la cour, 12 élèves veulent faire des équipes qui ont toutes le même nombre de joueurs, sans que personne reste seul. Est-ce possible par équipes de 3 ? De 5 ? Pour répondre vite, tu vas apprendre ce que sont les **multiples** et les **diviseurs**, et des astuces qui permettent de les reconnaître sans poser de division.

1. Les multiples d'un nombre

Multiple

Un **multiple** d'un nombre est un résultat de la table de multiplication de ce nombre. On l'obtient en multipliant ce nombre par 1, par 2, par 3, par 4...

Les multiples de 7

$7 \times 1 = 7$; $7 \times 2 = 14$; $7 \times 3 = 21$; $7 \times 4 = 28$; $7 \times 5 = 35$; $7 \times 6 = 42$; $7 \times 7 = 49$.
Les multiples de 7 sont donc 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, et la liste continue sans fin.

Un nombre a une infinité de multiples. Le plus petit multiple (en dehors de 0) est le nombre lui-même. Regarde la bande des nombres : les multiples de 3 sont coloriés.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Pour passer d'un multiple de 3 au suivant, on ajoute 3 : 3, 6, 9, 12, 15... Tous les multiples de 3 se retrouvent « de 3 en 3 ».

2. Reconnaître un multiple

Méthode

1. Cherche si le nombre est dans la table du nombre, ou fais la division.
2. Si le reste de la division est 0, c'est un multiple.
3. Sinon, ce n'est pas un multiple.

Exemples

54 est un multiple de 9, car $9 \times 6 = 54$. En revanche, 45 n'est pas un multiple de 6 : $6 \times 7 = 42$ et $6 \times 8 = 48$, donc 45 est entre deux multiples de 6.

3. Les diviseurs d'un nombre

Diviseur

Quand la division de 36 par 4 tombe juste (reste 0), on dit que 4 est un **diviseur** de 36 et que 36 est **divisible** par 4. On dit aussi que 36 est un **multiple** de 4.

Les deux idées vont ensemble : $4 \times 9 = 36$. Donc 36 est un multiple de 4 et de 9, et 4 et 9 sont des diviseurs de 36.

Attention

Un diviseur d'un nombre n'est jamais plus grand que ce nombre. 15 ne peut pas être un diviseur de 5. Mais un multiple est toujours plus grand ou égal au nombre.

Voici 12 points rangés en lignes pleines de trois façons. Chaque rangement donne un produit égal à 12.

 ligne de 12 : 1×12

 2 lignes de 6 : 2×6

 3 lignes de 4 : 3×4

On lit : $1 \times 12 = 12$, $2 \times 6 = 12$ et $3 \times 4 = 12$. Les diviseurs de 12 sont donc 1, 2, 3, 4, 6, 12. Le nombre 1 est le diviseur de tous les nombres, et un nombre est toujours divisible par lui-même.

4. Trouver tous les diviseurs

Méthode : chercher les produits

1. Écris $1 \times$ le nombre.
2. Teste 2, puis 3, puis 4... Si la division tombe juste, note le produit.

3. Arrête-toi quand les nombres se retrouvent à l'envers.
4. Écris la liste de tous les nombres trouvés, du plus petit au plus grand.

Les diviseurs de 36

$1 \times 36 = 36$; $2 \times 18 = 36$; $3 \times 12 = 36$; $4 \times 9 = 36$; $6 \times 6 = 36$. Les diviseurs de 36 sont 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

5. Les critères de divisibilité par 2, 5 et 10

Pas besoin de diviser : le dernier chiffre (le chiffre des unités) suffit !

À savoir

- Un nombre est divisible par **2** s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8 (il est pair).
- Un nombre est divisible par **5** s'il se termine par 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par **10** s'il se termine par 0.

Exemples

760 se termine par 0 : il est divisible par 2, par 5 et par 10. 275 se termine par 5 : il est divisible par 5, mais pas par 2 ni par 10. 318 se termine par 8 : il est divisible par 2 seulement.

6. Les critères de divisibilité par 3 et par 9

Ici, il faut additionner **tous les chiffres** du nombre.

À savoir

- Un nombre est divisible par **3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- Un nombre est divisible par **9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Exemples

729 : $7 + 2 + 9 = 18$. Comme 18 est un multiple de 3 et de 9, 729 est divisible par 3 et par 9. 456 : $4 + 5 + 6 = 15$. 15 est un multiple de 3 mais pas de 9 : 456 est divisible par 3 seulement. 2345 : $2 + 3 + 4 + 5 = 14$, qui n'est ni un multiple de 3 ni de 9.

L'astuce de Mathbot

Si un nombre est divisible par 9, il est aussi divisible par 3, car tous les multiples de 9 sont de 3 en 3 également. Mais attention, l'inverse est faux : 12 est divisible par 3 mais pas par 9.

7. Multiples et diviseurs communs

Un nombre peut être multiple de deux nombres en même temps. On le trouve en listant leurs multiples. Multiples de 4 : 4, 8, 12, 16, 20, 24. Multiples de 6 : 6, 12, 18, 24, 30, 36. Les multiples communs sont 12, 24 : le plus petit est 12.

De même, deux nombres peuvent avoir des diviseurs communs. Pour 36 et 24 : diviseurs de 36 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 ; diviseurs de 24 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Les diviseurs communs sont 1, 2, 3, 4, 6, 12 ; le plus grand est 12.

Un problème

On veut ranger 36 pommes et 24 poires dans des paniers identiques, sans reste. Le nombre de paniers doit diviser 36 et 24. Le maximum est 12 paniers, avec 3 pommes et 2 poires dans chaque panier.

À retenir

- Les **multiples** de 7 sont 7, 14, 21, 28... : les résultats de la table de 7.
- Si la division de a par b tombe juste, alors b est un **diviseur** de a et a est un multiple de b .
- Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par 0, 2, 4, 6, 8 ; par 5 s'il se termine par 0 ou 5 ; par 10 s'il se termine par 0.
- Un nombre est divisible par 3 (ou 9) si la somme de ses chiffres est un multiple de 3 (ou 9).
- 1 est un diviseur de tous les nombres, et un nombre est divisible par lui-même.